

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Б1.О.13.03 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФИЗИКИ**

Направление подготовки (специальность) 03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

Профиль подготовки (специализация)

Форма обучения очная

Год набора 2024

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Программу составили  
доцент, к.ф.-м.н. Н.Н.Паклин

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины:

Ознакомление с методами решения дифференциальных уравнений, задач вариационного исчисления. Данный курс дает необходимый математический аппарат для решения физических задач.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен:

- a) знать основные понятия дифференциальных уравнений и вариационного исчисления;
- b) уметь использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов;
- c) владеть навыками использования математического аппарата для решения физических задач.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы высшего образования:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат при построении количественных моделей физических явлений, процессов и систем в профессиональной деятельности;	
ОПК-2.1 Демонстрирует знания современных математических методов	Знает основные виды и методы решения дифференциальных уравнений физики; Умеет решать типовые дифференциальные уравнения
ОПК-2.2 Применяет методы современного математического аппарата при решении задач теоретического и прикладного характера	Владеет аналитическими методами анализа и визуализации решений дифференциальных уравнений

Дисциплина реализуется без применения ЭО и ДОТ

## 2 Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		2	3
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	7 (108)	3 (108)	4 (144)
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	4 (144)	2 (72)	2 (72)
занятия лекционного типа	2 (72)	1 (36)	1 (36)
практические занятия	2 (72)	1 (36)	1 (36)
<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	2 (72)	1 (36)	1 (36)
<b>Вид промежуточной аттестации (Зачет)</b>	36	Зачёт	Экзаме н

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Вид работ	Темы занятия	Объем часов	Семестр /курс	Часы в эл. формате
<b>Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка</b>					
1.	Лек	Основные определения. Уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной. Геометрическая интерпретация.	2	2	
2.	Лек	Элементарные методы интегрирования ОДУ 1-го порядка.	2	2	
3.	Лек	ОДУ, не разрешенные относительно производной. Метод параметра.	2	2	
4.	Пр	Изоклины. Составление ОДУ семейства кривых. Изогональные траектории.	2	2	
5.	Пр	Уравнения с разделяющимися переменными.	2	2	
6.	Пр	Однородные уравнения	2	2	
7.	Пр	Линейные уравнения	2	2	
8.	Пр	Уравнения Бернулли и Риккати	2	2	
9.	Пр	Уравнения в полных дифференциалах	2	2	
10.	Пр	Уравнения, не разрешенные относительно производной	2	2	
11.	Пр	Уравнения Лагранжа и Клеро.	2	2	
12.	Ср	Самостоятельная работа	12	2	
<b>Раздел 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков</b>					
1.	Лек	Уравнения высших порядков. Задача Коши. Понижение порядка.	4	2	
2.	Лек	Сведение уравнения высокого порядка к системе ОДУ.	4	2	
3.	Пр	Уравнения, допускающие понижение порядка. Метод введения параметра.	6	2	
4.	Пр	Однородные уравнения. Обобщенно-однородные уравнения.	2	2	
5.	Пр	Сведение уравнения высокого порядка к системе ОДУ	2	2	
6.	Ср	Самостоятельная работа	12	2	
<b>Раздел 3. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения</b>					
1.	Лек	Линейные однородные уравнения.	2	2	
2.	Лек	Линейные неоднородные уравнения. Метод вариации постоянных.	2	2	
3.	Лек	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	2	2	
4.	Лек	Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.	2	2	
5.	Лек	Интегрирование уравнений с помощью рядов.	2	2	
6.	Пр	Линейные уравнения. Формула Остроградского- Лиувилля. Метод вариации постоянных.	2	2	

7.	Пр	Линейные однородные ОДУ с постоянными коэффициентами. Уравнение Эйлера.	2	2	
8.	Пр	Линейные неоднородные ОДУ с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.	2	2	
9.	Ср	Самостоятельная работа	8	2	
<b>Раздел 4. Системы линейных ОДУ</b>					
1.	Лек	Линейные однородные системы.	4	2	
2.	Лек	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.	4	2	
3.	Лек	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами	4	2	
4.	Пр	Системы линейных однородных ОДУ с постоянными коэффициентами	2	2	
5.	Пр	Системы линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами.	2	2	
6.	Ср	Самостоятельная работа	4	2	
7.	Зачёт	Зачет		2	
<b>Раздел 5. Краевая задача для линейного ОДУ второго порядка</b>					
1.	Лек	Неоднородная краевая задача.	4	3	
2.	Лек	Задача Штурма-Лиувилля	2	3	
3.	Пр	Краевая задача уравнения 2-го порядка. Функция Грина.	8	3	
4.	Пр	Задача Штурма-Лиувилля	2	3	
5.	Ср	Самостоятельная работа	6	3	
<b>Раздел 6. Теория устойчивости</b>					
1.	Лек	Устойчивость по Ляпунову.	4	3	
2.	Лек	Методы исследования устойчивости.	4	3	
3.	Лек	Фазовая плоскость.	4	3	
4.	Пр	Устойчивость по Ляпунову.	2	3	
5.	Пр	Исследование устойчивости в первом приближении	2	3	
6.	Пр	Фазовая плоскость. Неподвижные точки.	2	3	
7.	Пр	Линейная система. Типы неподвижных точек. Фазовые портреты.	4	3	
8.	Ср	Самостоятельная работа	6	3	
<b>Раздел 7. Асимптотические методы</b>					
1.	Лек	Асимптотика решения дифференциального уравнения по независимой переменной	2	3	
2.	Лек	Асимптотика по параметру. Регулярные и сингулярные возмущения.	2	3	
3.	Пр	Асимптотические методы	2	3	
4.	Ср	Самостоятельная работа	6	3	
<b>Раздел 8. Уравнения в частных производных первого порядка</b>					
1.	Лек	Линейные уравнения в частных производных 1-го порядка.	4	3	
2.	Лек	Квазилинейные уравнения в частных производных 1-го порядка.	2	3	

3.	Пр	Линейные уравнения в частных производных 1-го порядка.	4	3	
4.	Пр	Квазилинейные уравнения в частных производных 1-го порядка.	6	3	
5.	Ср	Самостоятельная работа	6	3	
<b>Раздел 9. Вариационное исчисление</b>					
1.	Лек	Понятие функционала. Вариация функционала.	1	3	
2.	Лек	Простейшая задача вариационного исчисления и ее обобщение. Достаточные условия экстремума.	2	3	
3.	Лек	Задача с подвижными границами. Условный экстремум.	1	3	
4.	Пр	Вариационные задачи механики и теории поля.	2	3	
5.	Ср	Самостоятельная работа	6	3	
<b>Раздел 10. Интегральные уравнения</b>					
1.	Лек	Классификация интегральных уравнений. Однородные уравнения Фредгольма II рода.	2	3	
2.	Лек	Неоднородные уравнения Фредгольма II рода. Интегральные уравнения Вольтера II рода.	2	3	
3.	Пр	Классификация интегральных уравнений.	2	3	
4.	Ср	Самостоятельная работа	6	3	
<b>Раздел 11. Экзамен</b>					
1.	Экзам ен	Экзамен	36	3	

#### **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

##### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс]:. - Ижевск: [R&C Dynamics] Регулярная и хаотическая динамика [РХД], 2000. - 175 с. – Режим доступа: <http://lib3.sfu-kras.ru/ft/lib2/elib/b22/0063678.pdf>.

2. Васильева А. Б., Медведев Г. Н., Тихонов Н. А., Уразгильдина Т. А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс]:учебное пособие. - Москва: Физматлит, 2005. - 432 с. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59405](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59405).

3. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения:учебник для физических и физико-математических факультетов университетов. - Москва: УРСС(URSS), 2006. - 309 с..

4. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения:учебное пособие. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. - 276 с..

5. Зайцев В. Ф., Полянин А. Д. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Электронный ресурс]:справочное издание. - Москва: Физматлит, 2001. - 576 с. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2368](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2368).

6. Ибрагимов Н. Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности [Электронный ресурс]:учебник. - Москва: Физматлит, 2012. - 332 с. – Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=5268](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=5268).

7. Тегай С.Ф, Паклин Н.Н Дифференциальные уравнения физики [Электронный ресурс]:[учеб-метод. материалы к изучению дисциплины для ...03.03.02.01 Фундаментальная физика, 03.03.02.07 Биохимическая физика, 14.03.02 Ядерные физика и технологии, 16.03.01 Техническая физика, 28.03.01.02 Материалы микро- и наносистемной техники]. - Красноярск: СФУ, 2018. - – Режим доступа: <https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=17737>.

##### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Microsoft Office Professional Plus 2010 Russian. Офисный пакет Microsoft Office.

2. Microsoft Windows Professional 10 Russian. Операционная система Windows.

3. Adobe Acrobat Reader DC . Программное обеспечение для просмотра и печати файлов PDF.

##### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Мир математических уравнений <http://eqworld.ipmnet.ru>

2. Поисковая машина электронных книг <http://www.poiskknig.ru>

3. Файловый архив для студентов <http://www.studfiles.ru>

4. Научная электронная библиотека <http://elibrary.ru/>

#### **5 Фонд оценочных средств**

Фонд оценочных средств является приложением к рабочей программе дисциплины (модуля), хранится на кафедре, обеспечивающей преподавание данной дисциплины (модуля).

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

учебная аудитория для проведения лекционных, семинарских и практических занятий: специализированная мебель, демонстрационное оборудование, АРМ преподавателя, подключение к сети «Интернет» и индивидуальный неограниченный доступ в ЭИОС университета

помещение для самостоятельной работы обучающихся: специализированная мебель, демонстрационное оборудование, АРМ преподавателя, АРМ обучающихся, подключение к сети «Интернет» и индивидуальный неограниченный доступ в ЭИОС университета

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

По дисциплине (модулю)/ практике Б1.О.13.03 Дифференциальные уравнения физики

Направление подготовки/специальность

03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

Образовательная программа

03.05.02.30 Фундаментальная и прикладная физика

**1. Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с результатами обучения по дисциплине (модулю), практики и оценочными средствами**

Семестр <sup>1</sup>	Код и содержание индикатора компетенции	Результаты обучения <sup>2</sup>	Оценочные средства <sup>3</sup>
ОПК-2: Способен применять современный математический аппарат при построении количественных моделей физических явлений, процессов и систем в профессиональной деятельности			
2,3	ОПК-2.1: Демонстрирует знания современных математических методов	Знает основные виды и методы решения дифференциальных уравнений физики; Умеет решать типовые дифференциальные уравнения	Контрольная работа 1,2,3,4; Вопросы к зачету; Вопросы к экзамену
2,3	ОПК-2.2: Применяет методы современного математического аппарата при решении задач теоретического и прикладного характера	Владеет аналитическими методами анализа и визуализации решений дифференциальных уравнений	Контрольная работа 1,2,3,4; Вопросы к зачету; Вопросы к экзамену

**2. Типовые оценочные средства или иные материалы, с описанием шкал оценивания и методическими материалами, определяющими процедуру проведения и оценивания достижения результатов обучения**

**Тема:** Основные определения. Уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной. Геометрическая интерпретация. Элементарные методы интегрирования ОДУ 1-го порядка.

**Контрольная работа 1**

**Вариант 1**

1. Найти ОДУ, решением, которого является семейство линий:  $y = C \cdot x^5$ .

2. Найти ОДУ, решением, которого является семейство линий:

$$y = C_1 \cdot x + C_2 \cdot x^5.$$

<sup>1</sup> Семестры указываются по порядку, для каждого индикатора

<sup>2</sup> Указываются результаты обучения по дисциплине (модулю), практике, соотнесенные с индикатором достижения компетенции.

<sup>3</sup> Указываются оценочные средства для каждого индикатора.

3. Найти ОДУ траекторий ортогональных к данному семейству:  $y = C \cdot x^3$
4. Решить ОДУ:  $y \cdot y' + x = 1$ .
5. Решить ОДУ:  $y - y' = y^2 + x \cdot y'$ .
6. Решить задачу Коши: ОДУ из пункта 4 и НУ:  $x(0) = 1$ .
7. Решить задачу Коши: ОДУ из пункта 5 и НУ:  $y(0) = 1$ .
8. Решить ОДУ:  $\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{1}{\cos(y-x)}$ .
9. Решить ОДУ:  $\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{1}{\sqrt{y-x+2}}$ .
10. Решить ОДУ:  $\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{1}{\ln(y-x+1)}$ .

## Вариант 2

1. Найти ОДУ, решением, которого является семейство линий:  $y = \frac{C}{x}$ .
2. Найти ОДУ, решением, которого является семейство линий:  
 $y = C_1 \cdot x^2 + C_2 \cdot x^4$ .
3. Найти ОДУ траекторий ортогональных к данному семейству:  $y = C \cdot e^x$ .
4. Решить ОДУ:  $2x \cdot y \cdot y' + y^2 = 1$ .
5. Решить ОДУ:  $(1-x^2) \cdot dy + 2 \cdot x \cdot y \cdot dx = 0$ .
6. Решить задачу Коши: ОДУ из пункта 4 и НУ:  $y(1) = 0$ .
7. Решить задачу Коши: ОДУ из пункта 5 и НУ:  $y(0) = 1$ .
8. Решить ОДУ:  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin(y+x)} - 1$ .
9. Решить ОДУ:  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{y+x-2}} - 1$ .
10. Решить ОДУ:  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\ln(y+x+1)} - 1$ .

## Методические рекомендации контрольной работе 1

В течение всего периода обучения запланировано проведение четырех контрольных работ (по 2 в каждом семестре). На контрольном занятии каждый студент получает соответствующий вариант задания и

самостоятельно решает его в течение 40 минут. По результатам этих работ и процента посещаемости семинарских занятий в конце семестра студенты получают допуск к зачету или экзамену. В случае отсутствия допуска существует дополнительная возможность его получить, путем самостоятельного решения дополнительных контрольных заданий.

### Критерии оценки контрольной работы 1

Оценка «отлично» выставляется студенту, если решены не менее 90% задач контрольного задания, последовательность изложения решения логически стройная и дополнена комментариями, но при этом могут быть допущены несущественные ошибки.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если решены не менее 75% задач контрольного задания, последовательность изложения решения логически стройная, не допускаются существенных неточностей, правильно применяются теоретические положения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если решены не менее 50% задач контрольного задания, при этом может быть нарушена логическая последовательность изложения решения, допускаются неточности и недостаточно правильные формулировки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если решены менее 50% задач контрольного задания, допущены существенные ошибки.

**Тема:** Однородные уравнения. Линейные уравнения. ОДУ, не разрешенные относительно производной. Метод параметра.

### Контрольная работа 2

#### Вариант 1

1. Решить ОДУ:  $x \cdot y' = y \cdot (x - y)$ .
2. Решить ОДУ:  $x \cdot dy - (y + x) \cdot dx = 0$ .
3. Решить ОДУ:  $(2x - 4y + 1) \cdot dx - (4x + 2y - 3) \cdot dy = 0$ .
4. Решить ОДУ:  $y' = y + x^2 e^x$ .
5. Решить ОДУ:  $y' = \frac{y}{x + y^2}$ .
6. Решить ОДУ:  $y' = \frac{y}{x} - y^2$ .
7. Решить ОДУ:  $(3 \cdot x^2 + y^2) \cdot y \cdot dx + (x^2 + 3 \cdot y^2) \cdot x \cdot dy = 0$ .
8. Решить ОДУ:  $x = 3 \cdot y'^2 + 4 \cdot y'^3$ .

9. Решить ОДУ:  $y = 2 \cdot x \cdot y' + y'^3$ .

10. Решить ОДУ:  $y = x \cdot y' + y'^3$ .

### Вариант 2

1. Решить ОДУ:  $x^2 \cdot y' = y \cdot (2x - y)$ .

2. Решить ОДУ:  $(x + y) \cdot dy - y \cdot dx = 0$ .

3. Решить ОДУ:  $y' = 2 \cdot \left( \frac{y+2}{x+y-1} \right)^2$ .

4. Решить ОДУ:  $x \cdot y' - y = x^2$ .

5. Решить ОДУ:  $y' = \frac{y}{3x - y^2}$ .

6. Решить ОДУ:  $y' = \frac{y}{x} + y^2$ .

7. Решить ОДУ:  $(e^y + y \cdot e^x) \cdot dx + (e^x + x \cdot e^y) \cdot dy = 0$ .

8. Решить ОДУ:  $y = y'^2 + 2 \cdot y'^3$ .

9. Решить ОДУ:  $y = -x \cdot y' + y'^3$ .

10. Решить ОДУ:  $y = x \cdot y' - y'^3$ .

### Методические рекомендации контрольной работе 2

В течение всего периода обучения запланировано проведение четырех контрольных работ (по 2 в каждом семестре). На контрольном занятии каждый студент получает соответствующий вариант задания и самостоятельно решает его в течение 40 минут. По результатам этих работ и процента посещаемости семинарских занятий в конце семестра студенты получают допуск к зачету или экзамену. В случае отсутствия допуска существует дополнительная возможность его получить, путем самостоятельного решения дополнительных контрольных заданий.

### Критерии оценки контрольной работы 2

Оценка «отлично» выставляется студенту, если решены не менее 90% задач контрольного задания, последовательность изложения решения логически стройная и дополнена комментариями, но при этом могут быть допущены несущественные ошибки.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если решены не менее 75% задач контрольного задания, последовательность изложения решения

логически стройная, не допускаются существенных неточностей, правильно применяются теоретические положения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если решены не менее 50% задач контрольного задания, при этом может быть нарушена логическая последовательность изложения решения, допускаются неточности и недостаточно правильные формулировки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если решены менее 50% задач контрольного задания, допущены существенные ошибки.

**Тема:** Уравнения высших порядков. Понижение порядка. Линейные однородные ОДУ с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные ОДУ с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов. Уравнение Эйлера. Линейные однородные системы.

### Контрольная работа 3

#### Вариант 1

1. Решить ОДУ:  $x \cdot y'' = y'$ .
2. Решить ОДУ:  $y \cdot y'' + y'^2 = 1$ .
3. Решить ОДУ:  $3 \cdot y' \cdot y'' + y \cdot y''' = 0$ .
4. Решить ОДУ:  $x \cdot y \cdot y'' + x \cdot y'^2 = 2 \cdot y \cdot y'$ .
5. Решить ОДУ:  $y'' - 5 \cdot y' + 6 \cdot y = 0$ .
6. Решить ОДУ:  $y'' - 2 \cdot y' - 3 \cdot y = e^{4x}$ .
7. Решить ОДУ:  $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' - y = 0$ .
8. Решить ОДУ:  $x^3 \cdot y'' - 2 \cdot x \cdot y = 6 \ln x$ .
9. Решить систему ОДУ:  $dx/dt = 2 \cdot x + y$ ,  $dy/dt = 3 \cdot x + 4 \cdot y$ .
10. Решить систему ОДУ:  $dx/dt = y - 5 \cdot \cos t$ ,  $dy/dt = 2 \cdot x + y$ .

#### Вариант 2

1. Решить ОДУ:  $x \cdot y'' = y' + x^2$ .
2. Решить ОДУ:  $y \cdot y'' + y'^2 = 0$ .
3. Решить ОДУ:  $2 \cdot y''^2 = y' \cdot y'''$ .
4. Решить ОДУ:  $x^2 \cdot y \cdot y'' = (y - x \cdot y')^2$ .

5. Решить ОДУ:  $y'' + 3 \cdot y' + 2 \cdot y = 0$ .
6. Решить ОДУ:  $y'' + 4 \cdot y' + 3 \cdot y = 9 \cdot e^{-3x}$ .
7. Решить ОДУ:  $x^2 \cdot y'' - 4 \cdot x \cdot y' + 6 \cdot y = 0$ .
8. Решить ОДУ:  $x^2 \cdot y'' - 6 \cdot y = 5 \cdot x^3 + 8 \cdot x^2$ .
9. Решить систему ОДУ:  $dx/dt = x - y$ ,  $dy/dt = y - 4 \cdot x$ .
10. Решить систему ОДУ:  $dx/dt = 3 \cdot x + 2 \cdot y + 4e^{5t}$ ,  $dy/dt = x + 2 \cdot y$ .

### Методические рекомендации контрольной работе 3

В течение всего периода обучения запланировано проведение четырех контрольных работ (по 2 в каждом семестре). На контрольном занятии каждый студент получает соответствующий вариант задания и самостоятельно решает его в течение 40 минут. По результатам этих работ и процента посещаемости семинарских занятий в конце семестра студенты получают допуск к зачету или экзамену. В случае отсутствия допуска существует дополнительная возможность его получить, путем самостоятельного решения дополнительных контрольных заданий.

### Критерии оценки контрольной работы 3

Оценка «отлично» выставляется студенту, если решены не менее 90% задач контрольного задания, последовательность изложения решения логически стройная и дополнена комментариями, но при этом могут быть допущены несущественные ошибки.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если решены не менее 75% задач контрольного задания, последовательность изложения решения логически стройная, не допускается существенных неточностей, правильно применяются теоретические положения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если решены не менее 50% задач контрольного задания, при этом может быть нарушена логическая последовательность изложения решения, допускаются неточности и недостаточно правильные формулировки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если решены менее 50% задач контрольного задания, допущены существенные ошибки.

**Тема:** Неоднородная краевая задача. Краевая задача уравнения 2-го порядка. Функция Грина. Задача Штурма-Лиувилля. Линейные уравнения в частных производных 1-го порядка. Квазилинейные уравнения в частных производных 1-го порядка.

## Контрольная работа 4

### Вариант 1

1. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(\pi/2) = 0$ .
2. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y'(\pi/2) = -1$ .
3. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1$ ,  $y(0) + y'(0) = 0$ ,  $y(\pi/2) + y'(\pi/2) = 0$ .
4. Решить краевую задачу:  $x^2 \cdot y'' - 2 \cdot x \cdot y' + 2 \cdot y = 1$ ,  $y(0) = 1/2$ ,  $y(1) = 0$ .
5. Найти функцию Грина краевой задачи:  $y'' + y = f(x)$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y(\pi) = 0$ .
6. Найти функцию Грина краевой задачи:  
 $x^2 \cdot y'' + 2 \cdot x \cdot y' - 2 \cdot y = f(x)$ ,  $y(x)$  – ограничено при  $x \rightarrow 0$ ,  $y(1) = 0$ .
7. Решить задачу Штурма-Лиувилля:  $y'' + \lambda \cdot y = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y'(1) = 0$ .
8. Решить задачу Штурма-Лиувилля:  $(x \cdot y')' + \lambda \cdot y/x = 0$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y'(2) = 0$ .
9. Решить линейное УЧП 1-го порядка:  $y \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + x \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = x - y$ .
10. Решить квазилинейное УЧП 1-го порядка:  $z \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = z$ .

### Вариант 2

1. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(\pi/2) = 1$ .
2. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1$ ,  $y'(0) = 1$ ,  $y'(\pi/2) = 1$ .
3. Решить краевую задачу:  $y'' + y = 1$ ,  $y(0) + y'(0) = 1$ ,  $y(\pi/2) + y'(\pi/2) = 3$ .
4. Решить краевую задачу:  $x^2 \cdot y'' - 2 \cdot x \cdot y' + 2 \cdot y = 1$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y(2) = 0$ .
5. Найти функцию Грина краевой задачи:  $y'' + y' = f(x)$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(1) = 0$ .
6. Найти функцию Грина краевой задачи:  
 $x^2 \cdot y'' + x \cdot y' - y = f(x)$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y(x)$  – ограничено при  $x \rightarrow +\infty$ .
7. Решить задачу Штурма-Лиувилля:  $y'' + \lambda \cdot y = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ .
8. Решить задачу Штурма-Лиувилля:  $(x \cdot y')' + \lambda \cdot y/x = 0$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y(2) = 0$ .
9. Решить линейное УЧП 1-го порядка:  $x \cdot y \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - x^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = y \cdot z$ .
10. Решить квазилинейное УЧП 1-го порядка:  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = z^2$ .

## Методические рекомендации контрольной работе 4

В течение всего периода обучения запланировано проведение четырех контрольных работ (по 2 в каждом семестре). На контрольном занятии каждый студент получает соответствующий вариант задания и самостоятельно решает его в течение 40 минут. По результатам этих работ и процента посещаемости семинарских занятий в конце семестра студенты получают допуск к зачету или экзамену. В случае отсутствия допуска существует дополнительная возможность его получить, путем самостоятельного решения дополнительных контрольных заданий.

### Критерии оценки контрольной работы 4

Оценка «отлично» выставляется студенту, если решены не менее 90% задач контрольного задания, последовательность изложения решения логически стройная и дополнена комментариями, но при этом могут быть допущены несущественные ошибки.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если решены не менее 75% задач контрольного задания, последовательность изложения решения логически стройная, не допускается существенных неточностей, правильно применяются теоретические положения.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если решены не менее 50% задач контрольного задания, при этом может быть нарушена логическая последовательность изложения решения, допускаются неточности и недостаточно правильные формулировки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если решены менее 50% задач контрольного задания, допущены существенные ошибки.

### Контрольные вопросы к зачету

**Определения:** ОДУ. Порядок ОДУ. Решение ОДУ. Общее решение ОДУ. Частное решение ОДУ. Решение в явной форме. Решение в неявной форме. Первый интеграл. Интегральные кривые ОДУ. Поле направлений ОДУ. Симметричная форма ОДУ. Задача Коши.

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Изоклины.
3. Составление ОДУ семейства кривых.
4. Изогональные траектории.
5. Уравнения вида  $y' = f(ax + by + c)$ .
6. Однородные уравнения первого порядка.
7. Уравнения вида  $y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$ .
8. Линейные уравнения первого порядка.
  9. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати.

10. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
  11. Уравнения, не разрешенные относительно производной.
  12. Уравнения Лагранжа и Клеро.
  13. Дискриминантные кривые. Особые решения.
  14. Уравнения, допускающие понижение порядка.
  15. Линейные однородные уравнения. Фундаментальная система решений.
  16. Линейные неоднородные уравнения. Метод вариации постоянных.
  17. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
  18. Уравнение Эйлера.
  19. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.
  20. Системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.
1. Уравнения с разделяющимися переменными.
  2. Изоклины.
  3. Составление ОДУ семейства кривых.
  4. Изогональные траектории.
  5. Уравнения вида  $y' = f(ax+by+c)$ .
  6. Однородные уравнения первого порядка.

### **Методические рекомендации по проведению зачета**

Цель зачета - проверить теоретические знания обучающихся, их навыки и умения. Рекомендуется проведение зачета в устной форме: собеседование по теоретическим вопросам.

### **Критерии оценивания знаний студентов на зачете**

Шкала оценивания	
незачет	зачет
Студент обнаруживает существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине. Уровень знаний ниже минимальных требований.	Студент демонстрирует систематический характер знаний по дисциплине. При изложении материала допущено несколько несущественных погрешностей. Студент испытывает незначительные трудности в ответах на дополнительные вопросы.

### **Контрольные вопросы к экзамену**

1. Уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной. Геометрическая интерпретация.
2. Элементарные методы интегрирования ОДУ 1-го порядка.
3. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Метод параметра.
4. Уравнения высших порядков.
5. Линейные однородные уравнения.
6. Линейные неоднородные уравнения.
7. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
8. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.
9. Интегрирование линейных уравнений с помощью рядов.
10. Системы уравнений в нормальной форме.
11. Системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.
12. Системы линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами.
13. Краевая задача. Метод функции Грина.
14. Задача Штурма-Лиувилля.
15. Устойчивость по Ляпунову. Методы исследования устойчивости.
16. Фазовая плоскость. Фазовые портреты на плоскости. Неподвижные точки.
17. Классификация фазовых портретов для изолированных неподвижных точек.
18. Линейные уравнения в частных производных 1-го порядка.
19. Квазилинейные уравнения в частных производных 1-го порядка.
20. Классификация интегральных уравнений.

### **Методические рекомендации по проведению экзамена**

Экзамен является заключительным этапом изучения учебной дисциплины, цель которого проверить знания обучающихся, их навыки и умения. Аттестация в конце семестра предусмотрена в виде экзамена. Рекомендуется проведение экзамена в устной форме: собеседование по теоретическим вопросам.

### **Критерии оценивания экзамена**

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий,

использует в ответе материал разнообразных литературных источников, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

Разработчик



Н.Н.Паклин