

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.ДВ.01.01 ТЕОРИЯ ГРУПП

Направление подготовки (специальность) 03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

Профиль подготовки (специализация)

Форма обучения очная

Год набора 2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили
доцент, к.ф.-м.н М.С.Павловский

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины:

Получение студентами необходимых знаний в алгебраической теории групп и приложения этой теории для упрощения и решения физических задач, обладающих какой-либо симметрией.

1.2 Задачи изучения дисциплины:

Формирование у студентов базовых знаний математической дисциплины «Теории групп». В результате изучения дисциплины студент должен обладать способностью использовать полученные базовые теоретические знания для решения физических задач, применять на практике современные подходы и методы описания, анализа и исследования колебательных спектров молекул и кристаллов, фазовых переходов в кристаллах, квантовомеханических соотношений, анализа тензорных свойств твёрдых тел. Важной задачей является получение студентом знаний и навыков в одном из важнейших разделов математики

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы высшего образования:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ПК-3 Способен разрабатывать и применять новые материалы, исследовать их структуру и свойства	
ПК-3.1 Планирует процессы получения материалов и исследования их свойств	знать алгебраическую теорию групп и приложения этой теории для упрощения и решения физических задач, обладающих какой-либо симметрией; уметь исследовать свойства твердых тел, используя мате-матический аппарат теории групп; владеть методами описания, анализа и исследования колебательных спектров молекул и кристаллов, фазовых переходов в кристаллах, квантово-механических соотношений, анализа тензорных свойств твёрдых тел.
ПК-3.2 Анализирует перспективные материалы и их нано-, микро-, мезо- и макромасштабные свойства	владеть способностью использовать полученные базовые теоретические знания для анализа и решения физических задач

Дисциплина реализуется без применения ЭО и ДОТ

2 Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр
		9
Общая трудоемкость дисциплины	4 (144)	4 (144)
Контактная работа с преподавателем:	2 (72)	2 (72)
занятия лекционного типа	1 (36)	1 (36)
практические занятия	1 (36)	1 (36)
Самостоятельная работа обучающихся	1 (36)	1 (36)
Вид промежуточной аттестации (Экзамен)	36	Экзамен

3 Содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Вид работ	Темы занятия	Объем часов	Семестр /курс	Часы в эл. формате
Раздел 1. Введение в теорию групп					
1.	Лек	Элементы теории групп. Группа. Подгруппа. Изоморфизм и гомоморфизм групп.	2	9	
2.	Лек	Некоторые конкретные группы. Группа перестановок. Группа вращений. Полная ортогональная группа. Евклидова группа.	2	9	
3.	Лек	Точечные группы. Точечные группы первого рода. Точечные группы второго рода. Группы трансляций. Сингонии. Симметрия кристаллов.	2	9	
4.	Лек	Теория представлений групп. Представления группы. Эквивалентные представления. Приводимые представления.	2	9	
5.	Лек	Неприводимые представления и свойства ортогональности. Теорема полноты. Теория характеров.	2	9	
6.	Лек	Операции с представлениями групп. Произведение представлений. Сопряжённое представление. Вещественные представления.	2	9	
7.	Лек	Произведение групп. Симметризованные степени представлений. Фактическое разложение приводимого представления на неприводимые.	2	9	
8.	Лек	Представления некоторых групп. Представления группы перестановок. Неприводимые представления точечных групп. Представления групп трансляций. Представления пространственных групп.	4	9	
9.	Пр	Введение в теорию групп	18	9	
10.	Ср	Самостоятельная работа	12	9	
Раздел 2. Приложение теории групп к физическим проблемам					
1.	Лек	Малые колебания симметричных систем. Главные координаты и собственные частоты.	2	9	
2.	Лек	Симметрические координаты. Выражение функции Лагранжа в симметрических координатах.	2	9	
3.	Лек	Колебательное представление. Пример молекулы CHCl_3 .	2	9	
4.	Лек	Фазовые переходы второго рода в кристаллах. Постановка задачи. Активные представления. Изменение трансляционной симметрии при фазовых переходах второго рода.	2	9	
5.	Лек	Полное изменение симметрии. Пример.	2	9	
6.	Лек	Кристаллы. Звук в кристаллах	2	9	
7.	Лек	Электронные уровни в кристалле. Тензоры в кристаллах.	2	9	
8.	Лек	Поглощение и комбинационное рассеяние света. Квантовомеханическое введение. Правила отбора для поглощения света атомами и молекулами. Комбинационное рассеяние света атомами и молекулами.	4	9	
9.	Пр	Приложение теории групп к физическим проблемам	18	9	
10.	Ср	Самостоятельная работа	24	9	
11.	Экзамен	Экзамен	36	9	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Рабе К. М., Ан Ч. Г., Трискон Ж.-М., Струков Б. А., Лебедев А. И. Физика сегнетоэлектриков:современный взгляд. - Москва: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2011. - 440 с..
2. Курош А. Г. Теория групп.: - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 806 с..
3. Ищенко А. А., Гиричев Г. В., Тарасов Ю. И. Дифракция электронов: структура и динамика свободных молекул и конденсированного состояния вещества:монография. - Москва: Физматлит, 2012. - 616 с..
4. Зиненко В. И., Сорокин Б. П., Турчин П. П. Основы физики твердого тела:учебное пособие по физике твердого тела для вузов. - Москва: Физико-математическая литература, 2001. - 335 с..
5. Прудников В. В., Вакилов А. Н., Прудников П. В. Фазовые переходы и методы их компьютерного моделирования:учеб. пособие для вузов. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 223 с..
6. Краснопевцев Е.А. Квантовая механика в приложениях к физике твердого тела:учеб. пособие. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010. - 354 с..
7. Васильев А. Д., Александров К. С., Турчин П. П., Бурков С. И., Токарев Н. А., Парфенов А. А., Побызиков В. И. Структурные исследования:электронный учебно-методический комплекс по дисциплине (№ 1398-2008). - Красноярск: СФУ, 2009. - 1 эл. опт. диск (DVD).
8. Сирота Д. И. Физика твердого тела:сборник задач с подробными решениями. - Москва: URSS, 2010. - 183 с..

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Microsoft Windows Professional 10 Russian. Операционная система Windows.
2. Microsoft Office Professional Plus 2010 Russian. Офисный пакет Microsoft Office.
3. Adobe Acrobat Reader DC . Программное обеспечение для просмотра и печати файлов PDF.

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Crystal Impact <http://www.crystalimpact.com/diamond/10years.htm>
2. ISOTROPY Software Suite <https://stokes.byu.edu/iso/isotropy.php>
3. Поисковая машина электронных книг <http://www.poiskknig.ru>
4. Библиотечно-издательский комплекс СФУ <https://bik.sfu-kras.ru/elib/databases>

5 Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств является приложением к рабочей программе дисциплины (модуля), хранится на кафедре, обеспечивающей преподавание данной дисциплины (модуля).

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

учебная аудитория для проведения лекционных, семинарских и практических занятий: Специализированная мебель, демонстрационное оборудование, АРМ преподавателя, подключение к сети «Интернет» и индивидуальный неограниченный доступ в ЭИОС университета

помещение для самостоятельной работы обучающихся: специализированная мебель, демонстрационное оборудование, АРМ преподавателя, АРМ обучающихся, подключение к сети «Интернет» и индивидуальный неограниченный доступ в ЭИОС университета

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

По дисциплине (модулю)/ практике Б1.В.ДВ.01.01 Теория групп

Направление подготовки/специальность

03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

Образовательная программа

03.05.02.30 Фундаментальная и прикладная физика

Красноярск 2025

1. Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с результатами обучения по дисциплине (модулю), практики и оценочными средствами

Семестр ¹	Код и содержание индикатора компетенции	Результаты обучения ²	Оценочные средства ³
ПК-3: Способен разрабатывать и применять новые материалы, исследовать их структуру и свойства			
9	ПК-3.1: Планирует процессы получения материалов и исследования их свойств	знать алгебраическую теорию групп и приложения этой теории для упрощения и решения физических задач, обладающих какой-либо симметрией	Тестирование Контрольные вопросы к экзамену
		уметь исследовать свойства твердых тел, используя математический аппарат теории групп	Тестирование Контрольные вопросы к экзамену
		владеть методами описания, анализа и исследования колебательных спектров молекул и кристаллов, фазовых переходов в кристаллах, квантово-механических соотношений, анализа тензорных свойств твёрдых тел	Тестирование Контрольные вопросы к экзамену
9	ПК-3.2: Анализирует перспективные материалы и их нано-, микро-, мезо- и макромасштабные свойства	владеть способностью использовать полученные базовые теоретические знания для анализа и решения физических задач	Тестирование Контрольные вопросы к экзамену

¹ Семестры указываются по порядку, для каждого индикатора

² Указываются результаты обучения по дисциплине (модулю), практике, соотнесенные с индикатором достижения компетенции.

³ Указываются оценочные средства для каждого индикатора.

2. Типовые оценочные средства или иные материалы, с описанием шкал оценивания и методическими материалами, определяющими процедуру проведения и оценивания достижения результатов обучения

Тестовые задания:

Вариант 1

1. Какие из перечисленных множеств образуют группу:
 - а) множество нечетных целых чисел относительно операции умножения;
 - б) множество четных чисел относительно операции сложения;
 - в) множество корней степени N из единицы относительно операции сложения?
2. Если в класс сопряженных элементов входит более одного элемента, то он
 - а) является подгруппой группы
 - б) может быть подгруппой группы
 - в) никогда не может быть подгруппой группы
3. Подгруппы группы
 - а) всегда пересекаются друг с другом
 - б) никогда не могут пересекаться
 - в) в некоторых случаях могут, а в некоторых не могут пересекаться
4. Число элементов в разных классах сопряженных элементов данной группы
 - а) может быть разным
 - б) может быть только одинаковым
 - в) всегда равно индексам инвариантных подгрупп данной группы
5. Данная подгруппа может быть образована
 - а) некоторыми элементами из разных классов сопряженных элементов
 - б) элементами разных классов смежности
 - в) она всегда является объединением нескольких классов сопряженных элементов
6. Классы смежности могут
 - а) пересекаться друг с другом
 - б) пересекаться с некоторыми классами сопряженных элементов
 - в) не могут пересекаться ни с одним из классов сопряженных элементов
7. Число классов сопряженных элементов
 - а) всегда равно порядку группы
 - б) является делителем порядка группы
 - в) может быть равно порядку группы

Вариант 2

1. В абелевой группе
 - а) только некоторые элементы коммутируют друг с другом
 - б) все элементы коммутируют друг с другом

- в) число классов сопряженных элементов меньше порядка группы
- 2. Теорема Лагранжа заключается в том, что
 - а) порядок классов сопряженных элементов является делителем порядка группы
 - б) порядок подгруппы является делителем порядка группы
 - в) число классов сопряженных элементов не превосходит числа ее подгрупп
- 3. Порядок фактор-группы
 - а) равен числу классов сопряженных элементов
 - б) равен числу смежных классов некоторой инвариантной подгруппы
 - в) может превышать порядок исходной группы
- 4. Объем элементарной ячейки гранецентрированной кубической решетки больше объема ее примитивной ячейки
 - а) в два раза
 - б) в четыре раза
 - в) указанные ячейки имеют одинаковый объем
- 5. Число кристаллических классов кубической сингонии равно
 - а) 5
 - б) 3
 - в) 4
- 6. Объем ячейки Вигнера-Зейтца для объемоцентрированной кубической решетки
 - а) совпадает с объемом ее примитивной ячейки
 - б) совпадает с объемом ее элементарной ячейки
 - в) вдвое меньше объема элементарной ячейки
- 7. В симморфных пространственных группах
 - а) могут быть винтовые оси
 - б) могут быть плоскости скольжения
 - в) не может быть ни винтовых осей, ни плоскостей скольжения.

Вариант 3

- 1. Число различных неприводимых представлений группы
 - а) всегда равно числу ее классов сопряженных элементов
 - б) может превышать порядок группы
 - в) равно числу всех инвариантных подгрупп группы
- 2. Размерность любого неприводимого представления
 - а) может превышать порядок группы
 - б) является делителем порядка группы
 - в) совпадает с числом классов сопряженных элементов
- 3. Теорема Бернсайда утверждает, что
 - а) сумма размерностей всех неприводимых представлений группы равна порядку этой группы
 - б) сумма квадратов размерностей всех неприводимых представлений группы равна порядку этой группы
 - в) максимальная размерность неприводимого представления равна порядку группы

4. В регулярное представление группы ее каждое неприводимое представление
- а) входит только один раз
 - б) может не входить вовсе
 - в) входит столько раз, какова размерность этого представления
5. Сумма квадратов модулей следов всех матриц неприводимого представления группы равна
- а) размерности данного представления
 - б) порядку группы
 - в) порядку ядра гомоморфизма данного представления
6. Матрица, коммутирующая со всеми матрицами данного неприводимого представления является
- а) треугольной
 - б) нулевой
 - в) кратной единичной матрице
7. матрица, коммутирующая со всеми матрицами данного приводимого представления имеет блочно-диагональный вид, причем, размерность каждого из блоков определяется
- а) размерностью (n_i) соответствующего неприводимого представления, входящего в состав исходного приводимого представления
 - б) кратностью вхождения (m_i) неприводимого представления в состав исходного приводимого представления
 - в) произведением ($m_i * n_i$) размерности неприводимого представления на кратность его вхождения в приводимое представление

Вариант 4

1. Представление, индуцированное из данного неприводимого представления подгруппы,
- а) всегда является неприводимым представлением группы
 - б) имеет большую размерность по сравнению с размерностью исходного неприводимого представления группы
 - в) имеет меньшую размерность по сравнению с размерностью исходного неприводимого представления группы
2. Чем различаются эквивалентные представления:
- а) размерностью;
 - б) разными базисами в одном пространстве;
 - в) пропорциональностью всех своих матриц.
3. Как установить эквивалентность двух представлений:
- а) по равенству характеров представлений
 - б) по одинаковой размерности их;
 - в) по одинаковости наборов матриц, из которых образованы эти представления?
4. Пусть имеются представления группы T_1 и T_2 с размерностями n_1 и n_2 соответственно. Какую размерность имеет представление, равное прямой сумме T_1 и T_2 :

а) n_1+n_2 ;

б) n_1*n_2 ;

в) n_1-n_2 .

5. Представление T группы G есть прямое произведение двух представлений T_1 и T_2 этой же группы с размерностями n_1 и n_2 соответственно. Какова размерность представления T :

а) n_1+n_2 ;

б) n_1*n_2 ;

с) n_1-n_2

6. Дано представление T абелевой группы порядка N в линейном пространстве размерности n . На какое число неприводимых представлений разлагается представление T :

а) N ;

б) n ;

в) $n+N$?

7. Чему равен характер прямого произведения двух представлений группы

а) совокупности сумм соответствующих компонент характеров этих представлений

б) совокупности произведений соответствующих компонент характеров этих представлений

в) скалярному произведению характеров двух вышеуказанных представлений

Методические рекомендации по тестовому заданию:

Тестирование проходит в аудитории и рассчитано на 45 минут. На группу дается 4 варианта тестов. При выполнении заданий пользоваться учебной, методической литературой или конспектами запрещено.

Критерии оценки тестовых заданий

Оценка «зачтено» за тест выставляется студенту, если правильно решено не менее 60% тестовых заданий.

Оценка «не зачтено» за тест выставляется студенту, если правильно решено менее 60% тестовых заданий

Контрольные вопросы к экзамену:

1. Элементы теории групп. Группа. Подгруппа.

2. Изоморфизм и гомоморфизм групп.

3. Некоторые конкретные группы. Группа перестановок. Группа вращений. Полная ортогональная группа. Евклидова группа.

4. Точечные группы. Точечные группы первого рода. Точечные группы второго рода.

5. Группы трансляций. Сингонии. Симметрия кристаллов.

6. Теория представлений групп. Представления группы. Эквивалентные представления. Приводимые представления.

7. Неприводимые представления и свойства ортогональности. Теорема полноты.
8. Теория характеров.
9. Операции с представлениями групп. Произведение представлений. Сопряжённое представление. Вещественные представления.
10. Произведение групп. Симметризованные степени представлений.
11. Фактическое разложение приводимого представления на неприводимые.
12. Представления некоторых групп. Представления группы перестановок.
13. Неприводимые представления точечных групп.
14. Представления групп трансляций. Представления пространственных групп.
15. Малые колебания симметричных систем. Главные координаты и собственные частоты.
16. Симметрические координаты. Выражение функции Лагранжа в симметрических координатах.
17. Колебательное представление. Пример молекулы CHCl_3 .
18. Фазовые переходы второго рода в кристаллах. Постановка задачи.
19. Активные представления. Изменение трансляционной симметрии при фазовых переходах второго рода.
20. Полное изменение симметрии. Пример.
21. Кристаллы. Звук в кристаллах.
22. Электронные уровни в кристалле.
23. Тензоры в кристаллах.
24. Поглощение и комбинационное рассеяние света. Квантовомеханическое введение. Правила отбора для поглощения света атомами и молекулами.
25. Комбинационное рассеяние света атомами и молекулами.

Методические рекомендации по проведению экзамена:

Форма проведения экзамена - устный опрос по билетам. В билет включаются два теоретических вопроса из разных разделов программы.

Критерии оценки:

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал разнообразных литературных источников, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

Разработчик



М.С. Павловский