

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПРОГРАММА
подготовки к вступительному испытанию по дисциплине
«Финансы и основы математического моделирования»
поступающих на сетевую образовательную программу магистратуры
38.04.08.07 «Финансовые технологии»

Руководитель программы, Ю.И. Черкасова



Красноярск

Содержание программы

Часть 1 “Программирование и математика”

Часть 2 “Финансы и кредит”

Цель вступительного испытания – определить готовность и мотивацию абитуриента, поступающего в магистратуру к освоению выбранной программы.

Вступительное испытание проводится в письменной форме.

Часть 1. Программирование и математика

1. Линейная алгебра

- (a) Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.
- (b) Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.
- (c) Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц.
- (d) Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.
- (e) Собственные числа и собственные векторы матрицы. Собственные и инвариантные подпространства.
- (f) Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Индексы инерции квадратичных форм.

2. Математический анализ

- (a) Множества. Операции над множествами. Числовые множества. Грани множеств. Множества в \mathbb{R}^n . Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.
- (b) Числовые последовательности и пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы.
- (c) Функции одной переменной. Производные. Исследование и построение графика функции.
- (d) Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных. Задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Условия дополняющей нежесткости.
- (e) Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа, ее стационарные точки. Метод множителей Лагранжа.
- (f) Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их исчисление.
- (g) Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимоть функционального ряда.

Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

3. Дифференциальные уравнения

- (a) Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Понятие решения. Поле направлений. Изоклины. Интегральные кривые. Задачи Коши.
- (b) Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Интегрирующий множитель. Уравнения Бернулли и Риккати.
- (c) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Метод вариации постоянной. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.
- (d) Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения по Ляпунову.
- (e) Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.

4. Комбинаторика

- (a) Основные правила комбинаторики. Правило подсчета количества комбинаторных объектов. Принцип Дирихле. Примеры.
- (b) Множества. Круги Эйлера, операции на множествах. Формула включений и исключений. Примеры.
- (c) Сочетания. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Сочетания с повторениями.

5. Теория вероятностей и математическая статистика

- (a) Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.
- (b) Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания и дисперсии. Условное математическое ожидание. Распределение дискретных случайных величин (биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, распределение Пуассона).
- (c) Нормальное распределение и связанные с ним χ^2 -распределение, основные свойства.
- (d) Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).
- (e) Статистическое оценивание. Точечные оценки. Линейность, неумеренность, эффективность и состоятельность оценок. Интервальные оценки, доверительный интервал. Метод моментов и метод максимального правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.
- (f) Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень доверия и проверка значимости.
- (g) Линейная регрессионная модель для случая одной объясняющей переменной. Метод наименьших квадратов (МНК). Теорема Гаусса-Маркова. Предположение о нормальном распределении случайной ошибки в рамках классической линейной регрессии и его следствия. Множественная линейная

регрессия. Проверка статистических гипотез о статистической значимости коэффициентов регрессии (t-тест) и всей регрессии в целом (F-тест). Проверка гипотез о линейном ограничении на коэффициенты регрессии.

6. Дискретная математика

- (a) Бинарные отношения и их свойства (рефлексивность, транзитивность, симметричность). Отношение эквивалентности. Отношение порядка.
- (b) Понятия алгоритма и сложности алгоритма. Простые структуры данных: массив, список, очередь, стек, дек. Последовательный и бинарный поиск. Алгоритмы сортировки одномерного массива и оценка сложности. Представление графов в виде матрицы смежности и матрицы инцидентности, алгоритмы на графах.

7. Теория алгоритмов

- (c) Понятия алгоритма и сложности алгоритма.
- (d) Простые структуры данных: массив, список, очередь, стек, дек.
- (e) Последовательный и бинарный поиск.
- (f) Алгоритмы сортировки одномерного массива и оценка их сложности.

8. Программирование

- (g) Стандартные типы данных.
- (h) Описание переменных, типов, констант, меток, подпрограмм.
- (i) Описание и применение одномерных и двумерных массивов данных.
- (j) Циклы.
- (k) Условные выражения.
- (l) Функции.
- (m) Основы объектно-ориентированного программирования.
- (n) Обработка файлов.

9. Основы анализа данных в Python

- (o) Базовый функционал библиотек NumPy и Pandas.
- (p) Извлечение данных.
- (q) Визуализация данных (matplotlib).

Список рекомендуемой литературы

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. Учеб. Для вузов 4-е изд. М. Наука. Физматлит, 1999 – 296 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Учеб. для вузов, 7-е изд. — М.: ФИЗ- МАТЛИТ, 2005. — 648 с.
3. Бесов О.В. Курс лекций по математическому анализу. Учебное пособие. Ч 1,2. М.: МФТИ. 216 с.
4. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ, т. 1,2. Учеб. пособие для вузов: в 2-х т. - М.: ВШ, 1970.
5. Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт. 1-3. 8-е издание.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 680 с., 864 с., 728 с.

6. Демидович Б.П.(редактор). Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов Издание шестое, стереотипное. - М.: Наука, 1968. - 472 с. - илл.
7. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения М.: Наука, 1974. - 331с. Изд. 4е.
8. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям М.: Интеграл-Пресс, 1998 г. - 208 стр.
9. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. 8-е изд., испр. и доп. Учебник. М.: «Едиториал УРСС», 2005. - 448 с.
10. Крамер Г. Математические методы статистики М.: Мир, 1975. - 648 с.
11. Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: ГУ ВШЭ, 2005. - 252, [1] с.
12. Шень А. Программирование: теоремы и задачи. Издательство МЦМНО, 2014.
13. Макаров И.А., Токмакова Л.Р. УМК "Дискретная математика". Издательский дом НИУ ВШЭ, 2014. – 152 с.
14. Боровков А. А. Теория вероятностей. Учебное пособие для вузов — второе издание (переработанное и дополненное), — Москва: «Наука», 1986.
15. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Учебное пособие для вузов — второе издание (переработанное и дополненное), - Москва: «Наука», 1986. - 384 с.
16. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. Учебное пособие. — 2 изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 368 с
17. Боровков А.А. Математическая статистика. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2007.
18. Ивченко, Г. И., Медведев, Ю. И. Введение в математическую статистику. М.: Издательство ЛКИ. 2010
19. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. МЦМНО: 2000. 960 с.
20. Прасолов В. В. Задачи и теоремы линейной алгебры. — М.: Наука, 1996. — 304 с.
21. Магнус Я., Катышев П., Пересецкий А. Эконометрика. Начальный курс (7-е издание). М.: Дело, 200
22. Лутц М. "Изучаем Python". Издательство Диалектика, 2019.
23. Уэс Маккинни, "Python и анализ данных", 2020.

Примеры заданий

Задача 1.

Найдите значение предела:

а) $\frac{\sin \sin 3x^2}{(x^2+5x)\sin \sin x}$

б) $\frac{1 - \cos x}{\sqrt{x+1}-1}$

Задача 2.

Вычислите определённый интеграл:

$$\int_0^{\pi} (e^x - \cos x) dx$$

Задача 3.

Решите дифференциальное уравнение:

$$y'' + 6y' + 8y = \frac{4e^{-2x}}{2 + e^{2x}}$$

Задача 4.

Найдите определитель матрицы:

$$(1 \ 5 \ 2 \ 2 \ 2 \ 4 \ 4 \ 6 \ -3 \ 8 \ -5 \ 3 \ 2 \ 3 \ -6 \ 1)$$

Задача 5.

Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Задача 6.

Найти собственные векторы линейного преобразования, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 & -3 & 8 & 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 7.

В группе 14 человек знают английский язык, 16 человек знают китайский язык, 20 человек знают арабский язык и 22 человека знает немецкий язык. В группе нет людей, знающих три языка, и 23 человека в группе знают ровно два языка из перечисленных. Сколько человек в группе знают ровно один язык из перечисленных?

Задача 8.

Сколько слагаемых получится после раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых в выражении $(1 + x^2)^{100}(1 + x^3)^{100}$?

Задача 9.

Были отправлены посылки в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки в первое отделение равна 0,95, во второе - 0,9, в третье - 0,8. Найти вероятность следующих событий:

- только одно отделение получит посылки вовремя;
- хотя бы одно отделение получит посылки с опозданием.

Задача 10.

Какова вероятность Вашей встречи с другом, если вы договорились встретиться в определенном месте, с 13.00 до 14.00 часов и ждете друг друга в течение 10 минут?

Задача 11.

По цели производится 4 выстрела. Вероятность попадания при этом растет так: 0,2, 0,3, 0,5, 0,7. Найти закон распределения случайной величины X – числа попаданий. Найти вероятность того, что $X \geq 1$.

Задача 12.

В нормально распределенной совокупности 15% значений меньше 12 и 40% значений больше 16,2. Найти среднее значение и стандартное отклонение данного распределения.

Для заданий 13 и 14 сдается .ipynb файл с пояснениями и кодом.

Задача 13.

Вам дан датасет Титаник со следующей информацией.

- PassengerId:** Уникальный индекс/номер строки. Начинается с 1 (для первой строки) и увеличивается на 1 для каждой следующей. Рассматриваем его как

идентификатор строки и, что логично, идентификатор пассажира (т.к. для каждого пассажира в датасете представлена только одна строка).

2. **Survived:** Признак, показывающий был ли спасен данный пассажир или нет. 1 означает, что удалось выжить, и 0 - не удалось спастись.
3. **Pclass:** Класс билета. 1 - означает Первый класс билета. 2 - означает Второй класс билета. 3 - означает Третий класс билета.
4. **Name:** Имя пассажира. Имя также может содержать титулы и обращения. "Mr" для мужчин. "Mrs" для женщин. "Miss" для девушек (тут имеется в виду что для тех, кто не замужем, так было принято, да и сейчас тоже, говорить в западном обществе). "Master" для юношей.
5. **Sex:** Пол пассажира. Либо мужчины (=Male) либо женщины (=Female).
6. **Age:** Возраст пассажира. "NaN" значения в этой колонке означают, что возраст данного пассажира отсутствует/неизвестен/или не был записан в датасет.
7. **SibSp:** Количество братьев/сестер или супругов, путешествующих с каждым пассажиром.
8. **Parch:** Количество родителей детей (Number of parents of children travelling with each passenger).
9. **Ticket:** Номер билета.
10. **Fare:** Сумма, которую заплатил пассажир за путешествие.
11. **Cabin:** Номер каюты пассажира. "NaN" значения в этой колонке указывает на то, что номер каюты данного пассажира не был записан.
12. **Embarked:** Порт отправления данного пассажира.

Ответьте на вопросы:

- а) Есть ли зависимость между классом пассажира и выживаемостью? Каков процент выживших в каждом классе?
- б) Какова вероятность выживания для пассажиров, путешествующих с семьей по сравнению с теми, у кого семьи не было на борту?
- в) Каков процент выживших среди пассажиров, у которых указан порт посадки "С" (Cherbourg)? Влияет ли порт посадки на выживаемость?
- г) Существует ли связь между возрастом и классом билета у пассажиров? Какова вероятность выживания для пассажиров разных возрастных групп?

Задача 14.

По датасету из предыдущего задания построить следующие визуализации:

- а) Построить диаграмму(ы) показывающие распределение возрастов в разных классах.
- б) Построить диаграмму(ы) показывающие процент выживших в каждом классе.

Часть 2 “Финансы и кредит”

Вторая часть вступительных испытаний проводится в виде ответов на вопросы по блоку “Финансовый рынок и финансовые институты”.

Тематическое содержание вопросов

Блок: Финансовый рынок и финансовые институты

Тема 1 Финансовый рынок

Понятие и функции финансового рынка. Участники финансового рынка. Сегменты финансового рынка, финансовые инструменты. Цифровизация финансового рынка и развитие платежной инфраструктуры.

Тема 2 Инвесторы

Классификация инвесторов. Особенности частных инвесторов. Коллективные инвесторы – понятие, виды, особенности. Инвестиционные риски – виды, управление рисками, оценка рисков

Тема 3 Рынок ценных бумаг

Понятие и виды ценных бумаг. Эмиссия ценных бумаг. Биржевой рынок ценных бумаг.

Тема 4 Страховой рынок

Страховые организации. Страховые продукты. Договор страхования

Тема 5 Кредитный рынок

Банковская система РФ. Деятельность Центрального банка. Виды кредитных организаций. Банковские продукты и услуги

Тема 6 Финансовые посредники

Классификация финансовых посредников. Брокерская деятельность. Дилерская деятельность. Деятельность по доверительному управлению

Рекомендуемая литература

1. Основные направления развития финансового рынка Российской Федерации на 2025 год и период 2026 и 2027 годов. — URL: https://www.cbr.ru/Content/Document/File/165924/onrfr_2025_2027.pdf
2. Основные направления развития финансовых технологий на период 2025–2027 годов. — URL: https://www.cbr.ru/Content/Document/File/166399/onfintech_2025-27.pdf
3. Институты, сегменты и инструменты финансового рынка : учеб. пособие / А.В. Новикова, И.Я. Новикова ; Новосиб. гос. ун-т экономики и управления, Сиб. акад. финансов и банковского дела. – Новосибирск: НГУЭУ, 2018. – 248 с.
4. Банковское дело : учебник для вузов / О. М. Пеганова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18112-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. с. 1 — URL: <https://urait.ru/bcode/536271/p.1> (дата обращения: 09.01.2025).
5. Страхование : учебник для вузов / С. Б. Богоявленский [и др.] ; под редакцией С. Б. Богоявленского, Л. А. Орланюк-Малицкой, С. Ю. Яновой. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 471 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-17257-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. с. 1 — URL: <https://urait.ru/bcode/542908/p.1> (дата обращения: 09.01.2025).

Время проведения письменного вступительного испытания - **240 минут**.

