

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.13.02 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Направление подготовки (специальность) 03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

Профиль подготовки (специализация)

Форма обучения очная

Год набора 2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили

доцент, канд. физ.-мат. наук Остыловский Анатолий Николаевич

доцент, канд. физ.-мат. наук Кузоватова Ольга Игоревна

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины:

Курс направлен на знакомство студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры и аналитической геометрии. При изучении этого курса студенты получают знания о современной алгебре и аналитической геометрии, и её месте в математике, познакомятся с понятиями систем линейных уравнений, векторных пространств, матриц, линейных операторов, тензоров, а также научатся решать стандартные задачи линейной алгебры и аналитической геометрии и применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии в других математических и физических дисциплинах.

1.2 Задачи изучения дисциплины:

- изучение основных понятий и методов линейной алгебры;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- умение использовать алгебраический аппарат для решения теоретических и прикладных задач.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы высшего образования:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат при построении количественных моделей физических явлений, процессов и систем в профессиональной деятельности;	
ОПК-2.1 Демонстрирует знания современных математических методов	Знает базовые теоретические понятия о свойствах и методах линейной алгебры и аналитической геометрии, базовые теоретические понятия линейных отображений. Умеет применять методы решения матричных уравнений, элементов векторного анализа и аналитической геометрии, устанавливать соответствия между линейными операторами и их матрицами. Владеет навыком решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных знаний, физических законов, математических методов и методов моделирования.
ОПК-2.2 Применяет методы современного математического аппарата при решении задач теоретического и прикладного характера	Знает основные математические величины линейной алгебры и аналитической геометрии, их определение, смысл. Умеет записывать уравнения по линейной алгебре и аналитической геометрии, соответствующие условию задачи. Владеет навыком решения типовых задач по линейной алгебре и аналитической геометрии прикладного характера.

Дисциплина реализуется без применения ЭО и ДОТ

2 Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		1	2
Общая трудоемкость дисциплины	8 (144)	4 (144)	4 (144)
Контактная работа с преподавателем:	4 (144)	2 (72)	2 (72)
занятия лекционного типа	2 (72)	1 (36)	1 (36)
практические занятия	2 (72)	1 (36)	1 (36)
Самостоятельная работа обучающихся	2 (72)	1 (36)	1 (36)
Вид промежуточной аттестации (Экзамен)	72	Экзамен	Экзамен

3 Содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Вид работ	Темы занятия	Объем часов	Семестр /курс	Часы в эл. формате
Раздел 1. Множества чисел, множество комплексных чисел, комбинаторика, бинوم Ньютона, полиномы в комплексной и действительной области.					
1.	Лек	Множества натуральных, целых, рациональных, иррациональных, действительных чисел; алгебраическая форма комплексных чисел, тригонометрическая форма комплексных чисел.	2	1	
2.	Лек	Формулы Муавра (извлечение корня n-ой степени из комплексного числа, возведение комплексного числа в n-ую степень). Формула Эйлера (показательная форма комплексного числа).	2	1	
3.	Лек	Перестановки, размещения, сочетания, биномиальная теорема, треугольник Паскаля.	2	1	
4.	Лек	Определение полинома (многочлена); операции над полиномами; теорема Безу; схема Горнера.	2	1	
5.	Лек	Решение простейших алгебраических уравнений; основная теорема алгебры и ее следствия; разложение полинома на линейные множители на множестве комплексных чисел.	2	1	
6.	Пр	Алгебраическая форма комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел.	2	1	
7.	Пр	Формулы Муавра.	2	1	
8.	Пр	Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа.	2	1	
9.	Пр	Перестановки, размещения, сочетания.	2	1	
10.	Пр	Операции над полиномами (равенство, сложение, умножение, деление с остатком).	2	1	
11.	Пр	Разложение полиномов на линейные множители на множестве комплексных чисел.	2	1	
12.	Пр	Разложение на неприводимые множители (линейные и квадратичные, не имеющие действительных корней) на множестве действительных чисел. Формулы Виета.	2	1	
Раздел 2. Матрицы и определители					
1.	Лек	Основные определения. Матрицы, определители и их свойства. Алгоритм вычисления определителей.	2	1	
2.	Лек	Обратная матрица. Ранг матрицы.	2	1	
3.	Лек	Векторы. Определение арифметического пространства. Линейная независимость.	2	1	
4.	Лек	Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Методы решения. Однородные системы. Связь между решениями.	2	1	
5.	Пр	Матрицы и их свойства. Определители и их свойства.	2	1	
6.	Пр	Обратная матрица. Ранг матрицы. Линейная независимость.	2	1	
7.	Пр	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса, метод Крамера.	2	1	
8.	Пр	Системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы.	2	1	
Раздел 3. Арифметическое пространство векторов R^n, линейная зависимость и независимость векторов.					
1.	Лек	Определение арифметического n-мерного вектора, операции над векторами, свойства операций, определение арифметического n-мерного векторного пространства, линейная комбинация векторов, линейная оболочка векторов.	2	1	
2.	Лек	Определение и свойства линейной зависимости, определение максимальной линейно независимой системы векторов. Линейно зависимые и линейно независимые системы в R^3 . Определение коллинеарности и компланарности векторов, линейно зависимые и независимые системы в R^n , треугольные системы.	2	1	

3.	Лек	Теорема о ранге матрицы, необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Свойства определителя.	2	1	
4.	Пр	Операции над векторами (равенство, сумма, произведение вектора на число). Линейная комбинация векторов. Линейная оболочка векторов.	2	1	
5.	Пр	Определение максимальной линейно независимой системы векторов. Определение коллинеарности и компланарности векторов. Теорема о ранге матрицы.	2	1	
6.	Пр	Контрольная работа.	2	1	
Раздел 4. Системы линейных уравнений.					
1.	Лек	Определение системы n линейных уравнений с m неизвестными, совместные и несовместные системы, определенные и неопределенные системы.	2	1	
2.	Лек	Неоднородные системы уравнений, теорема Кронекера–Капелли. Методы решения неоднородных систем линейных уравнений (метод Крамера, метод обратной матрицы).	2	1	
3.	Лек	Метод Гаусса решения неоднородных систем линейных уравнений.	2	1	
4.	Лек	Решение однородных систем линейных уравнений, общее решение, частные решения, фундаментальная система решений, связь между решениями однородной и неоднородной систем линейных уравнений.	2	1	
5.	Пр	Решение систем линейных уравнений: метод Крамера, метод обратной матрицы.	2	1	
6.	Пр	Решение систем линейных уравнений: метод Гаусса.	2	1	
Раздел 5. Собственные числа и собственные векторы матрицы.					
1.	Лек	Определение собственного вектора и собственного числа матрицы, характеристический многочлен матрицы.	2	1	
2.	Лек	Алгоритм нахождения собственных чисел и собственных векторов матрицы.	2	1	
3.	Пр	Нахождение собственных чисел и собственных векторов матриц. Случай действительных корней.	2	1	
4.	Пр	Нахождение собственных чисел и собственных векторов матриц. Случай комплексных корней.	2	1	
Раздел 6. Самостоятельная работа					
1.	Ср	Самостоятельное изучение теоретического материала	36	1	
2.	Экзамен		36	1	
Раздел 7. Линейные пространства; евклидовы пространства; линейные операторы; линейные, билинейные и квадратичные формы					
1.	Лек	Определение линейного пространства, примеры линейных пространств, подпространства линейного пространства.	2	2	
2.	Лек	Базис и размерность линейного пространства, теорема о базисе, преобразование координат вектора при замене базиса, матрица перехода от старого базиса к новому, ранг и базис системы векторов.	2	2	
3.	Лек	Определение скалярного произведения векторов, определение евклидова пространства, неравенство Коши–Буняковского, неравенство треугольника, ортогональные системы векторов, метод ортогонализации Грама–Шмидта, ортонормированные системы векторов.	2	2	
4.	Лек	Определение линейного оператора, образ и ядро линейного оператора, матрица линейного оператора.	2	2	
5.	Лек	Сопряженные и самосопряженные линейные операторы, собственные числа и собственные векторы самосопряженного оператора.	2	2	
6.	Лек	Теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов для самосопряженного оператора.	2	2	
7.	Лек	Определение линейной функции и формы, определение билинейной функции и формы.	2	2	
8.	Лек	Определение квадратичной формы. Преобразования квадратичных форм, матрица квадратичной формы.	2	2	

9.	Пр	Линейное пространство. Примеры линейных пространств. Примеры подпространств.	2	2	
10.	Пр	Базис и размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при замене базиса. Матрица перехода от старого базиса к новому.	2	2	
11.	Пр	Ранг и базис системы векторов. Скалярное произведение векторов. Неравенство Коши–Буняковского. Неравенство треугольника.	2	2	
12.	Пр	Ортогональные системы векторов. Переход от линейно независимой системы векторов к ортогональной системе векторов (метод ортогонализации Грама–Шмидта). Ортонормированные системы векторов.	2	2	
13.	Пр	Контрольная работа.	2	2	
14.	Пр	Линейные операторы. Образ и ядро линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.	2	2	
15.	Пр	Сопряженные и самосопряженные линейные операторы. Собственные числа и собственные векторы самосопряженного оператора. Индивидуальное задание.	2	2	
16.	Пр	Преобразования квадратичной формы, матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.	2	2	
17.	Пр	Контрольная работа.	2	2	

Раздел 8. Аналитическая геометрия, кривые второго порядка, поверхности второго порядка.

1.	Лек	Векторы; линейные операции над векторами; декартова прямоугольная система координат.	2	2	
2.	Лек	Скалярное произведение векторов; векторное произведение; смешанное произведение векторов; необходимые и достаточные условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов.	2	2	
3.	Лек	Уравнения прямой на плоскости; расстояние от точки до прямой; уравнение плоскости; уравнение прямой в пространстве.	2	2	
4.	Лек	Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.	2	2	
5.	Лек	Кривые второго порядка: уравнение общего вида, инварианты кривых второго порядка.	2	2	
6.	Лек	Кривые второго порядка: классификация по инвариантам и собственным числам.	2	2	
7.	Лек	Поверхности второго порядка. Классификация.	2	2	
8.	Лек	Аффинные пространства, выпуклые множества в аффинном пространстве, координаты в аффинном пространстве, замена базиса в аффинной системе координат, уравнение прямой в аффинном пространстве.	2	2	
9.	Пр	Векторы. Линейные операции над векторами. Декартова прямоугольная система координат. Деление отрезка в данном отношении.	2	2	
10.	Пр	Скалярное произведение векторов.	2	2	
11.	Пр	Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.	2	2	
12.	Пр	Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Индивидуальное задание.	2	2	
13.	Пр	Инварианты кривых второго порядка. Классификация кривых второго порядка по инвариантам и собственным числам. Поверхности второго порядка.	2	2	
14.	Пр	Уравнение прямой в аффинном пространстве. Выпуклые множества в аффинном пространстве.	2	2	
15.	Пр	Контрольная работа.	2	2	

Раздел 9. Элементы теории групп.

1.	Лек	Определение группы.	2	2	
----	-----	---------------------	---	---	--

2.	Лек	Примеры групп, представление групп.	2	2	
3.	Пр	Элементы теории групп	2	2	
4.	Пр	Элементы теории групп	2	2	
Раздел 10. Самостоятельная работа					
1.	Ср	Самостоятельное изучение теоретического материала	36	2	
2.	Экзамен		36	2	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Воеводин В. В. Линейная алгебра: учебное пособие для вузов по специальности "Прикладная математика". - Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. - 400 с..
2. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Линейная алгебра: учебник для физических специальностей и специальности "Прикладная математика". - Москва: Физматлит, 2005. - 278 с..
3. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие. - Санкт-Петербург: Лань, 2005. - 303 с..
4. Канатников А. Н., Крищенко А. П., Зарубин В. С., Крищенко А. П. Линейная алгебра: учебник для студентов технических вузов. - Москва: Московский технический университет [МГТУ] им. Н.Э. Баумана, 1999. - 335 с..
5. Беклемишева Л. А., Петрович А. Ю., Чубаров И. А., Беклемишев Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс]:. - Москва: Физматлит, 2003. - 495 с. – Режим доступа: <http://lib3.sfu-kras.ru/ft/lib2/elib/b22/0060620.pdf>.
6. Виленкин И. В., Гробер В. М. Высшая математика. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное и интегральное исчисление: учеб. пособие. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2011. - 415 с..
7. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: учебное пособие.; рекомендовано Научно-методическим советом по математике и механике. - М.: ИНФРА-М, 2014. - 544 с..
8. Ефимов А. В., Демидович Б. П. Сборник задач по математике для вузов: Ч. 1. Линейная алгебра и основы математического анализа: учеб. пособие для вузов. - М.: Наука, 1986. - 462 с..
9. Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В., Репин А. Ю. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения: учебное пособие для вузов по направлениям. - Москва: Лань, 2009. - 319 с..
10. Соловьев И.А. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ. Производная и ее приложения: рек. Научно- метод. советом по мат-ке Мин. образ. и науки РФ в кач-ве учеб. пособия для студ. вузов. - СПб. [и др.]: Лань, 2009. - 319 с..
11. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А., Бутузова В.Ф. Линейная алгебра в вопросах и задачах: рек. Мин. образ. и науки РФ в кач-ве учеб. пособия для студ. вузов. - СПб. [и др.]: Лань, 2008. - 247 с..
12. Булдырев В. С., Павлов Б. С. Линейная алгебра и функции многих переменных: учебное пособие для физических специальностей университетов. - Ленинград: Ленинградский университет [ЛГУ], 1985. - 496 с..
13. Остыловский А. Н. Линейные операторы [Электронный ресурс]: методическая разработка для студентов физического факультета (1 курс). - Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ], 1997. - 27 с. – Режим доступа: http://lib3.sfu-kras.ru/ft/lib2/elib_dc/method/0021088.pdf.
14. Остыловский А. Н. Векторная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие. - Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ], 2002. - 147 с..
15. Санников В.Ф. Векторная и линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: метод. указания. к практ. занятиям и контрольным работам 1-2 по высш. мат. для студ. 1-го курса.. - Красноярск: КрасГАСА, 2002. - 78 с. – Режим доступа: <http://lib3.sfu-kras.ru/ft/lib2/elib/u51/i-836669.pdf>.

16. Остыловский А. Н. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: Учебное пособие. - Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2011. - 92 с. – Режим доступа: <https://znanium.com/catalog/document?id=143473> .

5 Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств является приложением к рабочей программе дисциплины (модуля), хранится на кафедре, обеспечивающей преподавание данной дисциплины (модуля).

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Занятия проводятся в учебных аудиториях для занятий лекционного и семинарского типа. Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, проектором, экраном и учебной доской.

учебная аудитория для проведения лекционных, семинарских и практических занятий: Специализированная мебель, демонстрационное оборудование, АРМ преподавателя, подключение к сети «Интернет» и индивидуальный неограниченный доступ в ЭИОС университета

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

По дисциплине (модулю)/ практике Б1.О.13.02 Линейная алгебра.
Аналитическая геометрия

Направление подготовки/специальность
03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

Образовательная программа
03.05.02.30 Фундаментальная и прикладная физика

Красноярск 2025

1. Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с результатами обучения по дисциплине (модулю), практики и оценочными средствами

Семестр ¹	Код и содержание индикатора компетенции	Результаты обучения ²	Оценочные средства ³
ОПК-2: Способен применять современный математический аппарат при построении количественных моделей физических явлений, процессов и систем в профессиональной деятельности			
1,2	ОПК-2.1: Демонстрирует знания современных математических методов	Знает базовые теоретические понятия о свойствах и методах линейной алгебры и аналитической геометрии, базовые теоретические понятия линейных отображений.	Индивидуальные задания 1,2; Контрольные работы 1,2,3,4; Экзамен
		Умеет применять методы решения матричных уравнений, элементов векторного анализа и аналитической геометрии, устанавливать соответствия между линейными операторами и их матрицами.	Индивидуальные задания 1,2; Контрольные работы 1,2,3,4; Экзамен
		Владеет навыком решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных знаний, физических законов, математических методов и методов моделирования.	Индивидуальные задания 1,2; Контрольные работы 1,2,3,4; Экзамен
1,2	ОПК-2.2: Применяет методы современного математического аппарата при решении задач теоретического и прикладного характера	Знает основные математические величины линейной алгебры и аналитической геометрии, их определение, смысл.	Индивидуальные задания 1,2; Контрольные работы 1,2,3,4; Экзамен
		Умеет записывать уравнения по линейной алгебре и аналитической геометрии, соответствующие условию задачи.	Индивидуальные задания 1,2; Контрольные работы 1,2,3,4; Экзамен
		Владеет навыком решения типовых задач по линейной алгебре и аналитической геометрии прикладного характера.	Индивидуальные задания 1,2; Контрольные работы 1,2,3,4; Экзамен

¹ Семестры указываются по порядку, для каждого индикатора

² Указываются результаты обучения по дисциплине (модулю), практике, соотнесенные с индикатором достижения компетенции.

³ Указываются оценочные средства для каждого индикатора.

2. Типовые оценочные средства или иные материалы, с описанием шкал оценивания и методическими материалами, определяющими процедуру проведения и оценивания достижения результатов обучения

1-й семестр

Тема «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»

Индивидуальное задание №1

1. Даны три вектора a, b, c такие, что $|a|=|b|=|c|=1, a+b+c = 0$.

Вычислить $(a.b) + (b.c) + (c.a)$.

2. Даны два вектора $a=(3,-1)$ и $b=(-1,1)$. Найти вектор x , удовлетворяющий системе уравнений $(x,a)=13, (x,b)=-3$. Найти орт вектора x и его направляющие косинусы.

3. Составить уравнение биссекторной плоскости острого двугранного угла между плоскостями $x-z-5=0$ и $3x-5y+z+1=0$.

4. Найти радиус-вектор точки пересечения прямой $r=c+at$ с плоскостью $(r,n)=D$.

Методические рекомендации по выполнению индивидуального задания №1

Вариант задания выдается каждому студенту на практическом занятии. Срок выполнения индивидуального задания составляет 2 недели. После контрольной точки даты сдачи индивидуального задания работы больше не принимаются и не переписываются. Решение индивидуальных заданий является частью самостоятельной работы. Решенные задания студент сдает преподавателю, ведущему практические занятия.

Критерии оценки индивидуального задания №1

Индивидуальное задание состоит из 4 задач. Оценка «зачтено» выставляется студенту, если решено правильно более 50 % задач.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, если решено правильно менее 50 % задач.

Тема «Системы линейных уравнений»

Контрольная работа №1

1. Самостоятельно задать многочлен третьей степени. Вычислить его значения в четырёх точках с различными абсциссами. Затем по этим значениям восстановить многочлен.

2. Придумать систему четырёх уравнений с четырьмя неизвестными, решением которой является двумерная плоскость. Найти алгебраическую структуру решения.

3. Придумать и решить методом Крамера, методом Гаусса и с помощью обратной матрицы определённую систему трёх уравнений с тремя неизвестными

4. Теоретический вопрос.

Перечень теоретических вопросов к контрольной работе №1.

1. Определение ранга матрицы
2. Теорема о ранге матрицы
3. Критерий совместности СЛАУ
4. Матричное решение СЛАУ
5. Формулы Крамера
6. Критерий равенства нулю определителя
7. Основные свойства определителей

Методические рекомендации по проведению контрольной работы №1

Дата проведения контрольной работы объявляется заранее. Контрольная работа проводится в письменной форме по теме «Системы линейных уравнений». Необходимо решить задачи и предоставить преподавателю решение, а также письменно ответить на теоретический вопрос.

Критерии оценки контрольной работы №1

Оценка «отлично» выставляется студенту, если набрано 21,1-25 баллов.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрано 16,76-21 баллов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрано 12,5- 16,75 баллов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрано 0-12,4 баллов.

Тема «Евклидовы пространства»

Контрольная работа №2

1. Самостоятельно задать три линейно независимых вектора. Выполнить процесс ортогонализации.
2. Записать однородную систему двух линейных уравнений с 4-мя неизвестными. Найти базис ортогонального дополнения к пространству её решений.
3. Теоретический вопрос.

Перечень теоретических вопросов к контрольной работе №2

1. Аксиомы скалярного произведения
2. Неравенство Коши-Буняковского.
3. Длина. Угол. Неравенство треугольника. Приложения.
4. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации.
5. Скалярное произведение в произвольном и ортонормированном базисе.
6. Связь матриц Грама различных базисов.
7. Ортогональные матрицы как матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому.
8. Ортогональное дополнение.

Методические рекомендации по проведению контрольной работы №2

Дата проведения контрольной работы объявляется заранее. Контрольная работа проводится в письменной форме по теме «Евклидовы пространства». Необходимо решить задачи и предоставить преподавателю решение, а также письменно ответить на теоретический вопрос.

Критерии оценки контрольной работы №2

Оценка «отлично» выставляется студенту, если набрано 21,1-25 баллов.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрано 16,76-21 баллов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрано 12,5- 16,75 баллов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрано 0-12,4 баллов.

Перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен), 1 семестр

1. Скалярные и векторные величины. Три условия векторности величины. Примеры и контрпримеры. Аксиальные векторы.
2. Свободные геометрические векторы и операции над ними.
3. Линейные комбинации и линейная зависимость. Коллинеарность и компланарность; их связь с линейной зависимостью.
4. Скалярное произведение векторов; его алгебраические и геометрические свойства. Теорема Пифагора. Теорема косинусов. Неравенство треугольника.
5. Ориентация тройки векторов в пространстве. Определение векторного произведения и его физическая интерпретация. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения.
6. Смешанное произведение трех векторов и ориентированный объем параллелепипеда. Критерий компланарности.
7. Двойное векторное произведение. Тождество "бац минус цаб".
8. Базис и координаты в пространстве свободных геометрических векторов. Теорема о единственности разложения вектора по базису.
9. Координатные столбцы векторов. Линейные операции над векторами в координатной форме.
10. Ортонормированный базис. Геометрический смысл координат векторов в ортонормированном базисе. Направляющие косинусы.
11. Скалярное произведение векторов в ортонормированном базисе. Направляющие косинусы.
12. Таблица векторного произведения базисных векторов правого ортонормированного базиса. Векторное произведение в таком базисе.
13. Смешанное произведение в правом ортонормированном базисе. Критерий компланарности трех векторов.
14. Эллипс как геометрическое место точек плоскости. Каноническое уравнение. Исследование формы. Уравнение эллипса в полярных координатах.

15. Парабола как геометрическое место точек плоскости. Каноническое уравнение. Исследование формы. Уравнение параболы в полярных координатах.
16. Гипербола как геометрическое место точек плоскости. Каноническое уравнение. Исследование формы. Уравнение гиперболы в полярных координатах.
17. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку и перпендикулярной данному вектору: векторная и координатная формы.
18. Линейное уравнение в координатах и его геометрическая интерпретация.
19. Различные виды уравнения плоскости в векторной и координатной формах.
20. Расположение плоскости относительно координатных осей. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках.
21. Расстояние от точки до плоскости в векторной и координатной формах.
22. Уравнения прямой, проходящей через данную точку и параллельной данному вектору; уравнения прямой, проходящей через две заданные точки в векторной и координатных формах.
23. Расстояние от точки до прямой в векторной и координатных формах.
24. Расстояние между непараллельными прямыми в векторной и координатных формах.
25. Проекция точки на плоскость в векторной и координатных формах.
26. Проекция точки на прямую в векторной и координатных формах.
27. Проекция прямой на плоскость параллельно заданному вектору в векторной и координатных формах.
28. Общий перпендикуляр к двум скрещивающимся прямым в векторной и координатных формах.
29. Арифметические пространства строк и столбцов. Линейные комбинации. Линейная оболочка. Линейная зависимость.
30. Базис и размерность линейной оболочки.
31. Детерминанты. Свойства детерминантов.
32. Матрицы и векторы. Действие матрицы на вектор. Основные алгебраические операции над матрицами и их свойства.
33. Обратная матрица. Критерий существования. Способы нахождения обратной матрицы.
34. Базисный минор. Теорема о базисном миноре.
35. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Критерий равенства нулю определителя.
36. Системы линейных алгебраических уравнений. Общие понятия. Теорема Кронекера-Капелли.
37. Системы линейных алгебраических уравнений: формулы Крамера, метод Гаусса.
38. Отыскание всех решений общей системы линейных алгебраических уравнений. Алгебраическая структура множества решений. Размерность пространства решений однородной системы.

39. Аксиоматическое введение линейного пространства. Примеры. Арифметическое линейное пространство. Подпространство.
40. Базис в линейном пространстве. Координаты вектора.
41. Теорема о равномощности базисов. Определение размерности пространства.
42. Замена базиса в линейном пространстве. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при замене базиса.
43. Пересечение и сумма линейных подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств.
44. Прямая сумма подпространств. Примеры. Критерий прямой суммы.
45. Евклидово пространство. Аксиомы скалярного произведения. Примеры.
45. Неравенство Коши-Буняковского.
46. Длина. Угол. Неравенство треугольника. Приложения.
47. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации.
48. Скалярное произведение в произвольном и ортонормированном базисе.
49. Связь матриц Грама различных базисов.
50. Ортогональные матрицы как матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому.
51. Ортогональное дополнение.

Типовой пример экзаменационного билета ЭЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Векторы "сами по себе". Числовые и векторные величины. Три условия векторности величины. Примеры и контрпримеры. Аксиальные векторы. Свободные геометрические векторы и операции над ними.
2. Замена базиса в линейном пространстве. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при замене базиса.

Методические рекомендации по проведению экзамена

Экзамен проводится в письменной форме по всем темам курса. Необходимо в письменной форме ответить на два теоретических вопроса.

В итоговую оценку за экзамен входит: контрольная работа 15%; индивидуальное задание 15%; экзамен 70%.

Критерии оценивания экзамена

Оценка	Критерии
«Отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал разнообразных литературных источников, владеет разносторонними

	<p>навыками и приемами выполнения практических задач. И в совокупности у студента набрано за семестр 84,1-100 баллов.</p>
«Хорошо»	<p>Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения. И в совокупности у студента за семестр набрано 67,1-84 баллов.</p>
«Удовлетворительно»	<p>Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ. И в совокупности у студента за семестр набрано 50 - 67 баллов.</p>
«Неудовлетворительно»	<p>Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. И в совокупности у студента за семестр набрано 0-49,9 баллов.</p>

2-й семестр

Тема «Линейные операторы»

Индивидуальное задание №2

1. В трёхмерном пространстве оператор ортогонального проектирования на плоскость $(r,n)=0$ выразить формулой. Найти его ядро и образ.
2. В трёхмерном арифметическом пространстве задать линейный оператор. Найти его ядро и образ. Построить матрицу оператора в стандартном базисе. Задать новый базис. Построить матрицу перехода к новому базису. Найти матрицу оператора в новом базисе.
3. Найти матрицу оператора ортогонального проектирования на прямую $x=y=z$.
4. Вычислить собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей. Выяснить диагонализуется ли матрица оператора путём перехода к новому базису. В случае положительного ответа указать этот базис и соответствующий вид матрицы.

Методические рекомендации по выполнению индивидуального задания №2

Вариант задания выдается каждому студенту на практическом занятии. Срок выполнения индивидуального задания составляет 2 недели. После контрольной точки даты сдачи индивидуального задания, работы больше не принимаются и не переписываются. Решение индивидуальных заданий является частью самостоятельной работы. Решенные задания студент сдает преподавателю, ведущему практические занятия.

Критерии оценки индивидуального задания №2

Индивидуальное задание состоит из 4 задач. Оценка «зачтено» выставляется студенту, если решено правильно более 3 задач.

Тема «Самосопряжённые и ортогональные операторы»

Контрольная работа №3

1. Найти собственный ортонормированный базис и матрицу в этом базисе самосопряжённого оператора, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей. Указать ортогональную матрицу перехода от исходного базиса к собственному, проверить её ортогональность.
2. Найти канонический базис и матрицу в этом базисе ортогонального оператора, заданного в некотором ортонормированном базисе матрицей. Указать ортогональную матрицу перехода от исходного базиса к собственному, проверить её ортогональность.
3. Теоретический вопрос.

Перечень теоретических вопросов к контрольной работе №3

1. Определение самосопряжённого оператора.
2. Теорема о корнях характеристического многочлена самосопряженного оператора.
3. Ортонормированный базис из собственных векторов самосопряженного оператора. Геометрическая интерпретация.
4. Возмущение собственных векторов и собственных значений.
5. Ортогональное подобие симметричной матрицы диагональной.
6. Матричные функции симметричных матриц.
7. Ортогональные операторы.
8. Критерии ортогональности оператора.
9. Матрица ортогонального оператора в ортонормированном базисе.
10. Группа ортогональных операторов.
11. Корни характеристического многочлена ортогонального оператора.
12. Канонический базис. Геометрическая интерпретация.

Методические рекомендации по проведению контрольной работы №3

Дата проведения контрольной работы объявляется заранее. Контрольная работа проводится в письменной форме по теме «Самосопряжённые и ортогональные операторы». Необходимо решить задачи и предоставить преподавателю решение, а также письменно ответить на теоретический вопрос.

Критерии оценки контрольной работы №3

Оценка «отлично» выставляется студенту, если набрано 21,1-25 баллов.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрано 16,76-21 баллов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрано 12,5- 16,75 баллов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрано 0-12,4 баллов.

Тема «Квадратичные формы»

Контрольная работа №4

1. Методом Лагранжа привести квадратичную форму к каноническому виду.
2. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к главным осям.
3. Теоретический вопрос.

Перечень теоретических вопросов к контрольной работе №4

1. Метод Лагранжа.
2. Закон инерции.
3. Критерий Сильвестра.
4. Приведение квадратичной формы к диагональному виду ортогональным преобразованием.

5. Теория малых колебаний и одновременное приведение двух квадратичных форм к диагональному виду.

Методические рекомендации по проведению контрольной работы №4

Дата проведения контрольной работы объявляется заранее. Контрольная работа проводится в письменной форме по теме «Евклидовы пространства». Необходимо решить задачи и предоставить преподавателю решение, а также письменно ответить на теоретический вопрос.

Критерии оценки контрольной работы №4.

Оценка «отлично» выставляется студенту, если набрано 21,1-25 баллов.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрано 16,76-21 баллов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрано 12,5- 16,75 баллов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрано 0-12,4 баллов.

Перечень вопросов для промежуточной аттестации (экзамен), 2 семестр

1. Линейные отображения. Примеры.
2. Композиция отображений.
3. Обратное отображение.
4. Ядро. Образ.
5. Задание линейного отображения образом базиса.
6. Матрица линейного отображения.
7. Размерность ядра и образа.
8. Отношение эквивалентности. Изоморфизм линейных пространств.
9. Линейные операторы. Примеры.
10. Матрица оператора.
11. Ранг оператора.
12. Преобразование матрицы оператора при замене базиса; матричная и тензорная формы записи.
13. Определитель и след линейного оператора.
14. Алгебра операторов и алгебра матриц; их изоморфизм.
15. Инвариантные подпространства.
16. Собственные векторы и собственные значения.
17. Характеристический многочлен оператора.
18. Геометрическая и алгебраическая кратности собственного значения.
19. Критерий диагонализируемости.
20. Теорема о существовании одномерного или двумерного инвариантного подпространства.
21. Жорданова нормальная форма.
22. Теорема Гамильтона-Кэли.
23. Корневые подпространства.

24. Разложение пространства в прямую сумму корневых подпространств.
25. Построение жорданова базиса в корневом подпространстве.
26. Функции от матриц.
27. Матричная экспонента. Приложение к дифференциальным уравнениям.
28. Сопряженный оператор и его матрица в ортонормированном базисе.
29. Самосопряженный оператор.
30. Теорема о корнях характеристического многочлена самосопряженного оператора.
31. Ортонормированный базис из собственных векторов самосопряженного оператора. Геометрическая интерпретация.
32. Возмущение собственных векторов и собственных значений.
33. Ортогональное подобие симметричной матрицы диагональной.
34. Матричные функции симметричных матриц.
35. Ортогональные операторы.
36. Критерии ортогональности оператора.
37. Матрица ортогонального оператора в ортонормированном базисе.
38. Группа ортогональных операторов.
39. Корни характеристического многочлена.
40. Канонический базис. Геометрическая интерпретация.
41. Положительные операторы.
42. Положительный квадратный корень из положительного оператора.
43. Полярное разложение. Геометрическая интерпретация.
44. Билинейная форма и ее матрица.
45. Преобразование матрицы билинейной формы при замене базиса.
46. Ранг билинейной формы.
47. Квадратичные формы. Метод Лагранжа.
48. Закон инерции.
49. Критерий Сильвестра.
50. Приведение квадратичной формы к диагональному виду ортогональным преобразованием.
51. Теория малых колебаний и одновременное приведение двух квадратичных форм к диагональному виду.
52. Гиперповерхности второго порядка.
53. Приведение уравнения гиперповерхности второго порядка к каноническому виду. Классификация.
54. Тензоры как простейшие геометрические объекты.
55. Закон преобразования компонент тензора типа (p,q) .
56. Сопряженное пространство. Полилинейные формы.
57. Линейное пространство тензоров типа (p,q) и его базис.
58. Тензорное произведение.

- 59. Свёртка.
- 60. Транспонирование, симметрирование, альтернирование.
- 61. Векторное произведение. Структурные константы.
- 62. Связь структурного и метрического тензоров.
- 63. Дискриминантный тензор и векторное произведение.
- 64. Тензор момента инерции.
- 65. Тензор момента импульса.
- 66. Тензор деформации.

Типовой пример экзаменационного билета
ЭЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Матричная и тензорная формы записи.
2. Доказать, что произведение ортогональных операторов есть снова ортогональный оператор.
3. Приведение квадратичной формы к диагональному виду ортогональным преобразованием.
4. Структурный тензор алгебры. Структурный тензор векторного произведения.

Методические рекомендации по проведению экзамена.

Экзамен проводится в письменной форме по всем темам курса. Необходимо в письменной форме ответить на 4 вопроса билета.

В итоговую оценку за экзамен входит: контрольная работа 15%; индивидуальное задание 15%; экзамен 70%.

Критерии оценивания экзамена

Оценка	Критерии
«Отлично»	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал разнообразных литературных источников, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. И в совокупности у студента набрано за семестр 84,1-100 баллов.
«Хорошо»	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет

	необходимыми навыками и приемами их выполнения. И в совокупности у студента за семестр набрано 67,1-84 баллов.
«Удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ. И в совокупности у студента за семестр набрано 50 - 67 баллов.
«Неудовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. И в совокупности у студента за семестр набрано 0-49,9 баллов.

Разработчик



А.Н.Остыловский