ПРОЕКТ НА 2027 ГОД ПРИЕМА

Программа вступительного испытания «Основы инженерных вычислений»

Форма проведения – тестирование. Продолжительность – не более 90 минут.

Содержание вступительного испытания

1. Базовые инженерные расчёты

Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Модуль (абсолютная величина) действительного числа и его геометрический смысл. Проценты, пропорции. Числовые и буквенные выражения. Равенство и тождество. Формулы сокращенного умножения. Свойства степеней и действия с арифметическими корнями. Степень с рациональным показателем. Арифметический корень. Тождество $\sqrt[2n]{x^{2n}} = |x|$.

Действия над арифметическими корнями. Выделение полного квадрата в подкоренных выражениях. Освобождение от иррациональности в знаменателе. Упрощение иррациональных алгебраических выражений и выражений, содержащих неизвестное под знаком модуля.

Понятие о числовой последовательности и способах ее задания.

Арифметическая прогрессия, определение и свойства. Формула n-го члена и суммы первых n-членов прогрессии. Геометрическая прогрессия, определение, свойства. Формула n-го члена и суммы первых nчленов прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, ее сумма.

2. Математические модели реальных ситуаций

Схема решения текстовых задач. Задачи, связанные с понятием «концентрация» и «процентное содержание». Задачи на движение, работу и производительность труда. Задачи на процентный прирост и вычисление сложных процентов.

3. Решение рациональных уравнений

Равенство, тождество, уравнение. Корень уравнения.

Равносильные уравнения и неравносильные преобразования при решении уравнений. Расширение и сужение области допустимых значений уравнения. Линейные уравнения. Уравнения с параметром. Квадратные уравнения. Дискриминант. Формула для решения квадратных уравнений. Теоремы Виета, прямая и обратная. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Биквадратные уравнения. Рациональные уравнения. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена, теорема Безу, разложение многочлена на множители.

4. Алгебраические уравнения и системы уравнений для решения технологических задач

Иррациональные уравнения, область допустимых значений.

Уравнения с параметром и уравнения с модулем. Системы уравнений. Совместные и несовместные системы уравнений. Определенные и неопределенные системы уравнений. Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Графический способ решения. Линейные системы с параметром. Различные системы уравнений (рациональные и иррациональные). Системы уравнений с параметром.

5. Применение неравенств при решении задач оптимизации

Числовые неравенства, их свойства. Неравенства с одной переменной, равносильные преобразования неравенств.

Решение квадратных неравенств, рациональных неравенств. Метод интервалов. Системы рациональных неравенств. Равносильные преобразования систем. Совокупность систем неравенств. Неравенства с параметром.

Иррациональные неравенства и их системы. Область допустимых значений. Неравенства, содержащие знак модуля, и их системы.

Схемы решения. Равносильные преобразования неравенств и систем неравенств, неравенства с параметром.

6. Прикладная тригонометрия

Понятие угла и дуги, их градусная и радианная меры. Определение тригонометрических функций числового аргумента: синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Промежутки сохранения знака для тригонометрических функций. Вычисление значений тригонометрических выражений без таблиц. Зависимость между тригонометрическими функциями одного аргумента. Основное тригонометрическое тождество. Четность, нечетность. Периодичность.

Формулы сложения. Формулы приведения. Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение и обратно.

Определение обратных тригонометрических функций: арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса. Нахождение тригонометрических функций от обратных тригонометрических функций.

7. Решение тригонометрических уравнений и неравенств

Решение простейших тригонометрических уравнений: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\mathrm{tg}\, x = a$, $\mathrm{ctg}\, x = a$. Основные типы тригонометрических уравнений и методы их решения: метод дополнительного угла; замена переменной в уравнениях вида $R(\cos x + \sin x, \cos x \cdot \sin x) = 0$; понижение степени уравнения переходом к кратным углам; однородные тригонометрические уравнения; выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции. Тригонометрические неравенства.

8.Логарифмические выражения для решения технологических задач

Логарифмы, десятичные и натуральные логарифмы. Логарифмы произведения, частного, степени и корня. Основное логарифмическое тождество. Переход к новому основанию. Потенцирование. Преобразование показательных выражений. Преобразование смешанных выражений.

Показательные уравнения, логарифмические уравнения. Простейшее уравнение. Приемы сведения уравнения к простейшему. Смешанные уравнения и уравнения с параметром.

Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Смешанные неравенства. Логарифмические и показательные системы уравнений. Неравенства с параметром. Системы уравнений с параметром.

9. Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях

Понятие числовой функции, способы задания, область определения, область значений функции. График функции. Общие свойства функции: промежутки знакопостоянства, монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность. Понятие обратной функции. Графики прямой и обратной функции.

Элементарные функции.

Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль осей координат, растяжение и сжатие вдоль осей координат, преобразования, связанные с наличием знака модуля у аргумента или функции.

10. Исследование математических моделей методами дифференциального исчисления

Производная. Физический смысл производной (нахождение скорости, ускорения). Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Правила вычисления производных: производные суммы, разности, произведения и частного двух функций. Таблица производных. Производная сложной функции. Максимумы и минимумы (экстремумы) функции, промежутки возрастания и убывания. Общая схема построения графиков функций. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. Применение производной для решения задач.

11. Интегральное исчисление и его приложения к решению инженерных задач

Первообразная. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл.

Нахождение площади криволинейной трапеции. Нахождение длины кривой. Вычисление моментов и координат центра масс.

12. Планиметрия. Основные понятия

Смежные и вертикальные углы, их свойства. Перпендикуляр и наклонная. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Признаки параллельности прямых. Теорема Фалеса. Свойство средней линии треугольника. Треугольники. Признаки равенства треугольников. Правильный треугольник. Равнобедренный треугольник и его свойства. Медиана, биссектриса, высота треугольника. Сумма величин внутренних углов треугольника и выпуклого многоугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства углов с соответственно параллельными и перпендикулярными сторонами. Теоремы синусов и косинусов.

Решение треугольников. Прямоугольный треугольник и метрические соотношения в нем. Катет и гипотенуза. Теорема Пифагора. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Окружность, круг.

13. Планиметрия. Различные геометрические фигуры на плоскости

Параллелограмм, свойства и признаки параллелограмма. Прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Средняя линия трапеции. Свойство диагоналей в ромбе. Вписанные и описанные многоугольники. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного вокруг окружности. Окружность, вписанная в треугольник, ее центр и радиус. Площадь треугольника, параллелограмма, ромба, прямоугольника, трапеции. Длина окружности. Площадь круга, площадь сектора.

14. Векторы на плоскости и в пространстве. Их применение к решению физических задач

Векторы на плоскости и в пространстве, линейные операции над векторами: сложение, вычитание, умножение на число. Метод координат на плоскости и в пространстве. Расстояние между точками на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами в координатной форме. Длина вектора. Скалярное произведение векторов, его свойства. Угол между векторами. Условия перпендикулярности и коллинеарности векторов.

15. Стереометрия

Прямые и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых, двух плоскостей, прямой и плоскости в пространстве. Угол и расстояние между скрещивающимися прямыми. Признаки параллельности прямой и плоскости, двух плоскостей. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах. Угол между прямой и плоскостью. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Многогранники. Призма, виды призм: прямая и правильная призмы, параллелепипед, прямоугольный параллелепипед. Пирамида. Площадь поверхности и объем призмы, параллелепипеда и пирамиды. Тела вращения (цилиндр, конус и шар). Площадь поверхности и объем цилиндра, конуса, усеченного конуса. Сфера, шаровой сектор, шаровой сегмент. Площадь поверхности сферы, объем шара.

16. Основы математической статистики. Обработка экспериментальных данных

Чтение графиков и диаграмм. Первичная обработка статистических данных (построение вариационных рядов). Графическое изображение вариационных рядов (гистограмма, полигон). Числовые характеристики выборки и их свойства (выборочное среднее, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение, мода, медиана).

Рекомендуемая литература:

1. Амелькин, В. В. Задачи с параметрами: справочное пособие по математике / В. В. Амелькин, В. Л. Рабцевич. – М.: Асар, 2004;

2. Башмаков, М. И. Задачи по математике. Алгебра и анализ / М. И. Башмаков, Б. М. Беккер, В. М. Гольховой. – М.: Наука, 1982;

3. Вавилов, В. В. Задачи по математике. Алгебра: справочное пособие / В. В. Вавилов и др. – М.: Наука, 1988;

4. Горштейн, П. И. Задачи с параметрами / П. И. Горштейн и др. – Киев: РИА Тест, 1992;

5. Звавич, Л. И. Задачи письменного экзамена по математике за курс средней школы: условия и решения / Л. И. Звавич, Л. Я. Шляпочник. – М.: Школа-Пресс, 1994;

6. Крамор, В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В. С. Крамор. – М.: Оникс 21 век, 2011;

7. Мельников, И. И. Как решать задачи по математике на вступительных экзаменах / И. И. Мельников, И. Н. Сергеев. – М.: Изд-во МГУ, 1994;

8. Потапов, М. К. Конкурсные задачи по математике / М. К. Потапов и др. – М.: Просвещение, 1992;

9. Садовничий, В.Ю. Практикум по математике. Решение уравнений и неравенств. Преобразование алгебраических выражений/ В.Ю. Садовничий – М.: Экзамен, 2012;

10. Сканави, М. И. Сборник конкурсных задач для поступающих во втузы / М. И. Сканави (ред.). – М.: Высшая школа, 2013;

11. Симонов, А. Я. Система тренировочных задач и упражнений по математике / А.Я.Симонов и др. – М.: Просвещение, 1991;

12. Цыпкин, А. Г. Справочник по методам решения задач по математике / А. Г. Цыпкин, А. И. Пинский. – М.: Наука, 1989;

13. Черкасов, О. Ю. Математика. Интенсивный курс подготовки к экзамену / О. Ю. Черкасов, А. Г. Якушев. – М.: Айрис-пресс, 2003;

14. Шабунин, М. И. Математика для поступающих в вузы. Уравнения и системы уравнений / М. И. Шабунин. – М.: Аквариум, 1997;

15. Шабунин, М. И. Математика для поступающих в вузы. Неравенства и системы неравенств / М. И. Шабунин. – М.: Аквариум, 1997;

16. Пособие по математике для поступающих в вузы / под ред. Г. Н. Яковлева. – М.: Оникс, Мир и образование, 2008;

17. Кытманов, А. М., Лейнартас, Е. К., Мысливец, С. Г. Математика. Адаптационный курс: учеб. пособие. – Красноярск, СФУ, 2011.