

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.19 МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки (специальность) 03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

Профиль подготовки (специализация)

Форма обучения очная

Год набора 2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили
доцент, к.ф.-м.н. С.Ф.Тегай

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины:

Формирование у студентов представления о методах решения уравнений в частных производных второго порядка, типах уравнений и граничных условий, свойствах основных специальных функций математической физики, использовании интегральных преобразований. Эти знания дадут возможность будущему специалисту на практике применять методы разделения переменных, методы функций Грина, интегральных преобразований для решения задач математической физики.

1.2 Задачи изучения дисциплины:

В результате изучения данной дисциплины студент должен знать основы классификации линейных уравнений в частных производных второго порядка и основные методы их решения. Уметь применять метод разделения переменных для решения многомерных задач, в том числе и с неоднородными граничными условиями. Владеть основами теории специальных функций, применять на практике знания теории цилиндрических, сферических и других специальных функций математической физики. Знать основные виды интегральных преобразований и область их применения. Иметь представление о функциях Грина дифференциальных уравнений и методах их нахождения.

Умения и навыки, приобретенные на практических занятиях, способствуют закреплению полученных теоретических знаний и освоению методов решения задач математической физики. Эти знания в дальнейшем необходимы для освоения других дисциплин теоретической физики и методов прикладных исследований.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы высшего образования:

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен применять современные теоретические модели физических явлений, процессов и систем, а также результаты экспериментальных исследований в фундаментальных и прикладных разработках;	
ОПК-1.1 Демонстрирует владение фундаментальными законами общей и теоретической физики	знать классификацию уравнений математической физики, корректную постановку задач математической физики, метод Фурье, метод интегральных преобразований, метод функций Грина
ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат при построении количественных моделей физических явлений, процессов и систем в профессиональной деятельности;	
ОПК-2.2 Применяет методы современного математического аппарата при решении задач теоретического и прикладного характера	Уметь формулировать математическую постановку линейных задач из таких разделов физики как теплопроводность, электростатика, гидродинамика, теория цепей с распределенными параметрами, теория колебаний и волн; Владеть методом разделения переменных, аппаратом интегральных преобразований, методом функций Грина

Дисциплина реализуется без применения ЭО и ДОТ

2 Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр
		5
Общая трудоемкость дисциплины	4 (144)	4 (144)
Контактная работа с преподавателем:	2 (72)	2 (72)
занятия лекционного типа	1 (36)	1 (36)
практические занятия	1 (36)	1 (36)
Самостоятельная работа обучающихся	1 (36)	1 (36)
Вид промежуточной аттестации (Экзамен)	36	Экзамен

3 Содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Вид работ	Темы занятия	Объем часов	Семестр /курс	Часы в эл. формате
Раздел 1. Уравнения в частных производных второго порядка.					
1.	Лек	Метод разделения переменных для одномерных однородных задач	2	5	
2.	Лек	Классификация уравнений математической физики	2	5	
3.	Лек	Постановка задач математической физики. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям математической физики	2	5	
4.	Лек	Решение неоднородных задач методом разделения переменных.	2	5	
5.	Лек	Задачи для круга и шара.	2	5	
6.	Лек	Задача Штурма – Лиувилля	4	5	
7.	Пр	Классификация уравнений в частных производных второго порядка.	2	5	
8.	Пр	Постановка краевых задач для уравнений теплопроводности, волнового и Лапласа.	2	5	
9.	Пр	Метод Даламбера для бесконечной прямой и конечного отрезка	2	5	
10.	Пр	Метод разделения переменных. Задача на собственные значения	2	5	
11.	Пр	Метод разделения переменных в многомерном случае.	2	5	
12.	Пр	Решение задач с неоднородными граничными условиями и редукция краевой задачи	2	5	
13.	Пр	Задачи для круга и шара	2	5	
14.	Ср	Самостоятельная работа	12	5	
Раздел 2. Специальные функции					
1.	Лек	Цилиндрические функции	2	5	
2.	Лек	Модифицированные функции Бесселя	2	5	
3.	Лек	Ортогональные многочлены	2	5	
4.	Лек	Сферические функции	2	5	
5.	Лек	Полиномы Лежандра	2	5	
6.	Пр	Уравнение Бесселя. Свойства цилиндрических функций. Задачи, приводящие к функциям Бесселя $J_0(x)$.	2	5	
7.	Пр	Задачи, приводящие к функциям Бесселя $J_n(x)$.	2	5	
8.	Пр	Задачи, приводящие к функциям Бесселя мнимого аргумента: $I_n(x)$ и $K_n(x)$.	2	5	
9.	Пр	Полиномы Лежандра. Производящая функция. Общее решение уравнения Лапласа	2	5	
10.	Пр	Присоединенные полиномы Лежандра и сферические функции	2	5	
11.	Ср	Самостоятельная работа	12	5	
Раздел 3. Метод интегральных преобразований и метод функций Грина.					
1.	Лек	Метод интегральных преобразований	2	5	
2.	Лек	Обобщенные функции	2	5	
3.	Лек	Функции Грина оператора Лапласа	2	5	

4.	Лек	Метод изображений	2	5	
5.	Лек	Метод функций Грина для уравнения теплопроводности.	2	5	
6.	Лек	Метод функций Грина для волновых уравнений	2	5	
7.	Пр	Интегральное преобразование Лапласа. Таблица преобразования.	2	5	
8.	Пр	Решение уравнений с помощью преобразования Лапласа. Обратное преобразование Лапласа.	2	5	
9.	Пр	Функция Грина обыкновенного дифференциального уравнения и уравнения в частных производных	2	5	
10.	Пр	Комплексное преобразование Фурье. Функция Грина для уравнения теплопроводности.	2	5	
11.	Пр	Синус и косинус преобразования Фурье. Применение двух интегральных преобразований	2	5	
12.	Пр	Конечные синус и косинус преобразования	2	5	
13.	Ср	Самостоятельная работа	12	5	
14.	Экзамен	Экзамен	36	5	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие для университетов. - Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1977. - 736 с. – Режим доступа: <http://lib3.sfu-kras.ru/ft/lib2/elib/b22/0073802.pdf>.

2. Владимиров В. С., Жаринов В. В. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов. - Москва: Физматлит, 2003. - 399 с. – Режим доступа: <http://lib3.sfu-kras.ru/ft/lib2/elib/b22/0053441.pdf>.

3. Будаков Б. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н. Сборник задач по математической физике: [Учебное пособие для университетов]. - Москва: Наука, 1972. - 688 с..

4. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики: учебник для физико-математических специальностей университетов. - Москва: Издательство МГУ, 2004. - 798 с..

5. Владимиров В. С., Вашарин А. А., Каримова Х. Х., Михайлов В. П., Сидоров Ю. В., Шабунин М. И., Владимиров В. С. Сборник задач по уравнениям математической физики: учеб. пособие. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 287 с..

6. Никифоров А. Ф., Уваров В. Б. Специальные функции математической физики: [учеб. пособие для студентов вузов]. - Долгопрудный: Интеллект, 2007. - 344 с..

7. Араманович И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики: учеб. пособие. - Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. - 287 с.

8. Фарлоу С. Д. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров: Пер. с англ.. - Москва: Мир, 1985. - 384 с..

9. Захаров Ю. В., Титов Л. С. Методы математической физики [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие [для студентов спец. и напр. 010700.62 «Физика», 010701.65 «Физика», 010704.65 «Физика конденсир. сост. вещества», 010708.65 «Биохимическая физика»]. - Красноярск: СФУ, 2012. - – Режим доступа: <http://lib3.sfu-kras.ru/ft/lib2/elib/b22/i-369545.pdf>.

10. Захаров Ю. В., Титов Л. С. Методы математической физики: учеб. - метод. пособие. - Красноярск: СФУ, 2012. - 15 с..

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Microsoft Office Professional Plus 2007 Russian Academic. Офисный пакет Microsoft Office.

2. Microsoft Windows Professional 8 Russian. Операционная система Windows.

3. Adobe Acrobat Reader DC . Программное обеспечение для просмотра и печати файлов PDF.

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Мир математических уравнений <http://eqworld.ipmnet.ru>

2. Электронная библиотечная система «Лань» <http://elanbook.com>

3. Электронно-библиотечная система СФУ <http://bik.sfu-kras.ru/>

5 Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств является приложением к рабочей программе дисциплины (модуля), хранится на кафедре, обеспечивающей преподавание данной дисциплины (модуля).

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

учебная аудитория для проведения лекционных, семинарских и практических занятий: Специализированная мебель, демонстрационное оборудование, АРМ преподавателя, подключение к сети «Интернет» и индивидуальный неограниченный доступ в ЭИОС университета

помещение для самостоятельной работы обучающихся: специализированная мебель, демонстрационное оборудование, АРМ преподавателя, АРМ обучающихся, подключение к сети «Интернет» и индивидуальный неограниченный доступ в ЭИОС университета

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение выс-
шего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

По дисциплине (модулю)/ практике Б1.О.19 Методы математической физики

Направление подготовки/специальность

03.05.02 Фундаментальная и прикладная физика

Образовательная программа

03.05.02.30 Фундаментальная и прикладная физика

1. Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с результатами обучения по дисциплине (модулю), практики и оценочными средствами

Се- местр ¹	Код и содержание индикатора компе- тенции	Результаты обучения ²	Оценочные средства ³
ОПК-1: Способен применять современные теоретические модели физических явлений, процессов и систем, а также результаты экспериментальных исследований в фундаментальных и прикладных разработках			
5	ОПК-1.1: Демонстрирует владение фундаментальными законами общей и теоретической физики	знать классификацию уравнений математической физики, корректную постановку задач математической физики, метод Фурье, метод интегральных преобразований, метод функций Грина	Контрольная работа Вопросы к экзамену
ОПК-2: Способен применять современный математический аппарат при построении количественных моделей физических явлений, процессов и систем в профессиональной деятельности			
5	ОПК-2.2: Применяет методы современного математического аппарата при решении задач теоретического и прикладного характера	уметь формулировать математическую постановку линейных задач из таких разделов физики как теплопроводность, электростатика, гидродинамика, теория цепей с распределенными параметрами, теория колебаний и волн	Контрольная работа Вопросы к экзамену
		владеть методом разделения переменных, аппаратом интегральных преобразований, методом функций Грина	Контрольная работа Вопросы к экзамену

¹ Семестры указываются по порядку, для каждого индикатора

² Указываются результаты обучения по дисциплине (модулю), практике, соотнесенные с индикатором достижения компетенции.

³ Указываются оценочные средства для каждого индикатора.

2. Типовые оценочные средства или иные материалы, с описанием шкал оценивания и методическими материалами, определяющими процедуру проведения и оценивания достижения результатов обучения

Темы: постановка задач математической физики, метод разделения переменных, цилиндрические функции, полиномы Лежандра.

Контрольная работа

Вариант 1.

1. Найти распределение температуры в стержне, если температура его левого конца постоянна, а на другой конец подается извне постоянный тепловой поток. Изначально стержень нагрет равномерно.

2. Найти вынужденные продольные колебания стержня, один конец которого свободен, а другой совершает малые гармонические колебания с частотой, не совпадающей с собственными частотами стержня.

3. Как меняется температура внутри бесконечного кругового цилиндра, поверхность которого теплоизолирована, если начальная температура распределена по закону

$$u(t=0, r) = u_0(1 - r^2/r_0^2)?$$

4. Найти температуру шара радиуса r_0 , на поверхности которого поддерживается температура, равная нулю. Начальная температура шара равна

$$u(t=0, r) = \frac{A \sin(7 \pi r/r_0)}{r} .$$

5. Найти функцию $u(r, \varphi, z)$, гармоническую внутри цилиндра высоты h и радиуса a , и удовлетворяющую краевым условиям

$$\begin{aligned} u(r=a, \varphi, z) &= u_0 \sin(8 \pi z/h) , \\ u(r, \varphi, z=0) &= u(r, \varphi, z=h) = 0 . \end{aligned}$$

Вариант 2.

1. Найти вынужденные продольные колебания стержня, один конец которого закреплен жестко, а ко второму приложена периодическая сила с частотой, не совпадающей с собственными частотами стержня.

2. Найти распределение температуры в стержне, если его левый конец теплоизолирован, а на другой конец подается извне постоянный тепловой поток. Изначально стержень нагрет равномерно.

3. Найти распределение температуры в бесконечно длинном круговом цилиндре, если на его поверхности на единицу длины задан тепловой поток $Q = q \cos \varphi$.

4. Незаряженный металлический шар вносится в электрическое поле, которое в отсутствие шара было однородным. Определить результирующее поле.

5. Найти колебания круглой мембраны с закрепленным краем, если начальная скорость равна нулю, а начальное отклонение имеет вид

$$u(t=0, r) = u_0(1 - r^2/r_0^2)?$$

Вариант 3.

1. Половина боковой поверхности бесконечного проводящего цилиндра заряжена до потенциала V_1 , а другая – до потенциала V_2 , Найти поле внутри цилиндра.

2. Найти вынужденные продольные колебания стержня, один конец которого закреплен жестко, а другой совершает малые гармонические колебания с частотой, не совпадающей с собственными частотами стержня.

3. Найти распределение температуры в стержне, один конец которого теплоизолирован, а на другом конце происходит конвективный теплообмен с внешней средой, имеющей постоянную температуру. Изначально стержень нагрет равномерно.

4. Найти функцию, гармоническую внутри шара радиуса r_0 с центром в начале координат и такую, что

$$u_r(r=r_0, \varphi) = A \cos \vartheta$$

5. Найти температуру бесконечного цилиндрического сектора, если на его поверхности и гранях поддерживается температура, равная нулю, а начальная температура равна $u(t=0, r, \varphi) = f(r, \varphi)$.

Вариант 4.

1. Найти функцию $u(r, \varphi, z)$, гармоническую внутри цилиндра высоты h и радиуса a , и удовлетворяющую краевым условиям

$$\begin{aligned} u(r=a, \varphi, z) &= u_0 \cos(9\pi z/h), \\ u_z(r, \varphi, z=0) &= u_z(r, \varphi, z=h) = 0 \end{aligned}$$

2. Найти распределение температуры в стержне, если температура левого конца стержня постоянна, а на другом конце происходит конвективный теплообмен с внешней средой, имеющей такую же температуру. Изначально стержень нагрет равномерно.

3. Найти вынужденные продольные колебания стержня, один конец которого свободен, а ко второму приложена периодическая сила с частотой, не совпадающей с собственными частотами стержня.

4. Решить задачу об обтекании бесконечного кругового цилиндра при условии, что скорость жидкости перпендикулярна оси цилиндра.

5. Найти функцию, гармоническую внутри шара радиуса r_0 с центром в начале координат и такую, что

$$u(r=r_0, \theta) = u_0 \cos^2 \theta$$

Методические рекомендации по проведению контрольной работы:

Контрольная работа является промежуточным этапом изучения учебной дисциплины, цель контрольной работы – проверить практические навыки обучающихся, их умение записывать математическую постановку задач и решать задачи. Контрольная работа проводится в форме решения заданий. В задание включаются задачи из разных разделов программы. Одну задачу из каждого варианта требуется решить, в остальных задачах необходимо выполнить математическую постановку задачи, то есть записать уравнение, описывающее задачу, а также, при необходимости, краевые и начальные условия.

Критерии оценки контрольной работы:

Оценка «**отлично**» выставляется студенту, если решены не менее 90% задач контрольного задания, последовательность изложения решения логически стройная и дополнена комментариями, но при этом могут быть допущены несущественные ошибки.

Оценка «**хорошо**» выставляется студенту, если решены не менее 75% задач контрольного задания, последовательность изложения решения логически стройная, не допускаются существенных неточностей, правильно применяются теоретические положения.

Оценка «**удовлетворительно**» выставляется студенту, если решены не менее 50% задач контрольного задания, при этом может быть нарушена логическая последовательность изложения решения, допускаются неточности и недостаточно правильные формулировки.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, если решены менее 50% задач контрольного задания, допущены существенные ошибки.

Перечень вопросов к экзамену:

Модуль 1. Уравнения в частных производных второго порядка.

1. Классификация и приведение к каноническому виду.

2. Постановка задач математической физики. Корректность постановки задачи.

3. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического и параболического типов.

4. Единственность и устойчивость первых краевых задач для уравнений гиперболического и параболического типов. Принцип максимума.
5. Метод распространяющихся волн (метод Даламбера). Формула Даламбера.
6. Решение задач для полуограниченной прямой и отрезка. Распространение краевого режима.
7. Метод разделения переменных. Общие свойства собственных значений и собственных функций.
8. Решение неоднородного уравнения колебаний с неоднородными граничными условиями.
9. Уравнения эллиптического типа. Общие свойства гармонических функций.
10. Постановка краевых задач для уравнений эллиптического типа. Задача Дирихле для круга.
11. Общая постановка задач на собственные значения.
12. Общая схема разделения переменных.
13. Поведение решений обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами в особых точках.
14. Многомерные задачи на собственные значения.

Модуль 2. Специальные функции.

15. Цилиндрические функции. Функции Бесселя и Неймана.
16. Функции Ханкеля. Функции с полуцелым значком.
17. Ортогональность и норма. Разложение по функциям Бесселя.
18. Присоединенное уравнение Бесселя и функции мнимого аргумента.
19. Асимптотика цилиндрических функций.
20. Полиномы Лежандра. Производящая функция.
21. Уравнение Лежандра. Разложение по полиномам Лежандра.
22. Присоединенное уравнение Лежандра и присоединенные функции Лежандра.
23. Сферические функции. Ортогональность и норма. Разложение по сферическим функциям.
24. Полиномы Чебышева – Эрмита. Ортогональность и норма. Задача о квантовом осцилляторе.
25. Полиномы Чебышева – Лагерра. Присоединенные полиномы Чебышева – Лагерра.

Модуль 3. Метод интегральных преобразований и метод функций Грина.

26. Интегральные преобразования. Основные формулы.
27. Преобразование Лапласа.
28. Комплексное, синус и косинус преобразования Фурье. Формулы обращения.
29. Свертка. Равенства Парсеваля. Задача о контуре спектральной линии.

30. Применение интегральных преобразований к решению уравнений математической физики.
31. Тип краевых условий и выбор преобразований. Кратные преобразования Фурье.
32. Конечные интегральные преобразования. Формулы обращения. 33. Применение конечных интегральных преобразований к задачам с граничными условиями первого, второго и третьего типов.
33. Основы теории потенциала. Объемный потенциал. Первые и вторые производные объемного потенциала. Объемный потенциал как решение уравнений Лапласа и Пуассона.
34. Поверхностные потенциалы. Формулы Фредгольма. Приведение краевых задач к интегральным уравнениям.
35. Волновое уравнение для трех переменных. Волновые, объемный и поверхностный потенциалы. Принцип излучения Зоммерфельда. Решение неоднородного волнового уравнения.
36. Метод функций Грина. Функция Грина обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (с постоянными коэффициентами и уравнения Штурма – Лиувилля).
37. Функция Грина для уравнения параболического типа, ее свойства.
38. Функция Грина для уравнения диффузии.
39. Функция Грина для волнового уравнения.
40. Функция Грина для уравнения Пуассона.

Методические рекомендации по проведению экзамена:

Экзамен является заключительным этапом изучения учебной дисциплины, его цель - проверить теоретические знания обучающихся. Форма проведения экзамена – устный опрос по билетам. В билет включаются два теоретических вопроса из разных разделов программы.

Критерии оценки экзамена:

Оценка **«отлично»** выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал разнообразных литературных источников, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.

Оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает не-

точности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы.

Разработчик



С.Ф.Тегай